

Λόγοι εμβαδών

Ονοματεπώνυμο(α): _____

Στην εξερεύνηση αυτή θα ανακαλύψετε μια σχέση μεταξύ εμβαδών όμοιων σχημάτων.

Σχέδιο και έρευνα

1. Κατασκευάστε τα ευθύγραμμα τμήματα AB και ΓΔ, όπου το μήκος του AB είναι μεγαλύτερο του μήκους του ΓΔ.

Για την κατασκευή του εσωτερικού, επιλέξτε τις κορυφές. Κατόπιν επιλέξτε την εντολή **Εσωτερικού τετράπλευρου** από το μενού **Κατασκευή**.

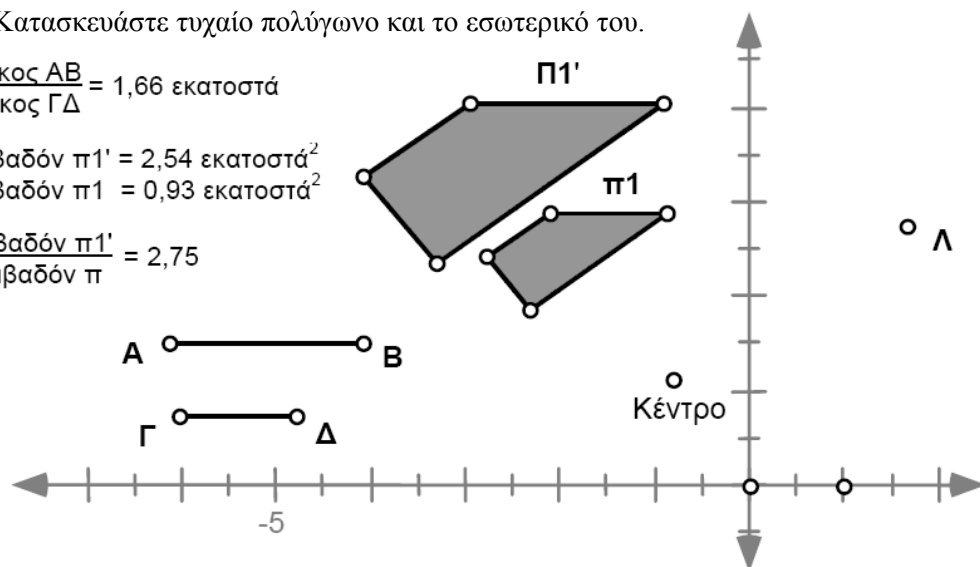
2. Κατασκευάστε τυχαίο πολύγωνο και το εσωτερικό του.

$$\frac{\text{Μήκος AB}}{\text{Μήκος ΓΔ}} = 1,66 \text{ εκατοστά}$$

$$\text{Εμβαδόν } \pi 1' = 2,54 \text{ εκατοστά}^2$$

$$\text{Εμβαδόν } \pi 1 = 0,93 \text{ εκατοστά}^2$$

$$\frac{\text{Εμβαδόν } \pi 1'}{\text{Εμβαδόν } \pi} = 2,75$$



Κάντε διπλό κλικ στο σημείο για την επιλογή του ως κέντρου.

3. Κατασκευάστε ένα σημείο στο εξωτερικό του πολυγώνου και επιλέξτε το ως κέντρο.

Επιλέξτε τα ευθύγραμμα τμήματα AB και ΓΔ και κατόπιν την εντολή **Επιλογή λόγου** από το μενού **Μετασχηματισμός**.

4. Επιλέξτε το λόγο AB/ΓΔ.

Διατηρώντας επιλεγμένα τα AB και ΓΔ, επιλέξτε την εντολή **Λόγου** από το μενού **Μέτρηση**.

5. Μετρήστε το λόγο AB/ΓΔ.

Επιλέξτε το πολύγωνο και κατόπιν την εντολή **Αυξομείωση** από το μενού **Μετασχηματισμός**.

6. Εκτελέστε αυξομείωση των κορυφών, των πλευρών και του εσωτερικού του πολυγώνου κατά τον επιλεγμένο λόγο. (Εάν το AB είναι μεγαλύτερου μήκους από το ΓΔ, το είδωλο πρέπει να είναι μεγαλύτερο του αρχικού αντικειμένου.)

Λόγοι εμβαδών (συνέχεια)

7. Μετρήστε το λόγο μιας πλευράς του μετασχηματισμένου πολυγώνου προς την αντίστοιχη πλευρά του αρχικού πολυγώνου.
8. Μετρήστε το λόγο ενός διαφορετικού ζεύγους αντίστοιχων πλευρών.
9. Σύρτε τα σημεία και παρατηρήστε τους λόγους που μετρήσατε.

E1. Πώς σχετίζεται ο λόγος ενός ζεύγους μηκών αντίστοιχων πλευρών με το λόγο αυξομείωσης;



10. Μετρήστε τα εμβαδά των πολυγώνων.
 11. Υπολογίστε το λόγο του εμβαδού του μετασχηματισμένου πολυγώνου προς το εμβαδόν του αρχικού πολυγώνου.
 12. Επιλέξτε, κατά σειρά, τη μέτρηση του λόγου του μήκους των πλευρών και του υπολογισμού του λόγου των εμβαδών. Επιλέξτε την εντολή **Αποτύπωση με (x, y)** από το μενού **Γράφημα**. Έτσι, θα δημιουργηθεί ένα ζεύγος αξόνων και ένα σημείο, του οποίου οι συντεταγμένες είναι οι δύο αριθμοί που επιλέξατε παραπάνω. Εάν δεν μπορείτε να δείτε το αποτυπωμένο σημείο, μεταφέρετε το σημείο (1, 0) πλησιέστερα στην αρχή των αξόνων για να προσαρμοστεί η κλίμακα των αξόνων.
 13. Με επιλεγμένο αυτό το σημείο (σημείο A στο προηγούμενο διάγραμμα), επιλέξτε την εντολή **Σχεδίαση ίχνους σημείων** από το μενού **Προβολή**.
 14. Σύρτε το σημείο B ώστε να πειραματιστείτε με διαφορετικούς παράγοντες κλίμακας. Το αποτυπωμένο σημείο θα διαγράψει ένα γράφημα του λόγου του μήκους των πλευρών ως προς το λόγο των εμβαδών για διάφορα παρόμοια σχήματα.
- E2. Για την ανακάλυψη της σχέσης μεταξύ μήκους πλευρών και εμβαδών, συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα για ορισμένους ειδικούς λόγους μήκους πλευρών και κατόπιν γενικεύστε για κάθε συντελεστή κλίμακας α/β .

Λόγοι μήκους πλευρών	2	3	1	1/2	1/10	α/β
Λόγοι εμβαδών						

E3. Διατυπώστε τα ευρήματά σας σε μορφή υπόθεσης.



E4. Εξηγήστε πώς το σχήμα του γραφήματος στο σχέδιό σας υποστηρίζει την υπόθεσή σας.



Λόγοι εμβαδών (συνέχεια)

Περαιτέρω εξερεύνηση

1. Μετακινήστε το σημείο Α κοντά στο σημείο Γ. Δημιουργήστε ένα κουμπί ενεργειών για την προσθήκη κίνησης στο σημείο Β πάνω στο τμήμα ΓΔ. Περιγράψτε τη δράση του κουμπιού.
2. Σύρτε το κέντρο αυξομείωσης. Εξηγήστε γιατί το σημείο Α (αποτυπωμένο σημείο) δε μετακινείται.
3. Ποια είναι η σχέση του λόγου όγκων όμοιων στερεών με το λόγο των επιφανειακών εμβαδών τους και το λόγο των αντίστοιχων μηκών; Εξετάστε το θέμα αυτό με υπολογισμό των όγκων και των επιφανειακών εμβαδών δύο κιβωτίων, όπου το μήκος, το πλάτος και το ύψος του ενός είναι διπλάσια των αντίστοιχων διαστάσεων του άλλου.

Λόγοι εμβαδών

(σ. 25)

Προαπαιτούμενα: Οι μαθητές πρέπει να κατανοούν τις έννοιες *εμβαδόν* και *λόγος*.
Ο όρος *Αυξομείωση* ίσως χρήζει επεξήγησης.

Χρόνος στην τάξη: 25-45 λεπτά.

Σχέδιο και έρευνα

E1. Ο λόγος των μηκών αντίστοιχων πλευρών ισούται με το λόγο αυξομείωσης.

E2.

Λόγοι πλευρικών μηκών	2	3	1	1/2	1/10	α/β
Λόγοι εμβαδών	4	9	1	0,25 ή 1/4	0,01 ή 1/100	$(\alpha/\beta)^2$

E3. Ο λόγος των εμβαδών δύο όμοιων πολυγώνων ισούται με το τετράγωνο του λόγου των μηκών αντίστοιχων πλευρών. Με άλλα λόγια, αν ο λόγος αντίστοιχων πλευρών σε δύο όμοια πολύγωνα είναι α/β , ο λόγος των εμβαδών τους είναι $(\alpha/\beta)^2$.

E4. Το γράφημα που χαράσσεται από το αποτυπωμένο σημείο είναι μισή παραβολή, γεγονός που υποδηλώνει ότι ο λόγος των εμβαδών είναι ανάλογος του τετραγώνου του λόγου των πλευρικών μηκών. Εάν οι λόγοι ήταν απλώς ανάλογοι, το γράφημα θα ήταν μια ευθεία.

Περαιτέρω εξερεύνηση

1. Για τη δημιουργία του κουμπιού ενεργειών, επιλέξτε το σημείο B και το τμήμα ΓΔ και κατόπιν Επεξεργασία: Κουμπιά ενεργειών: Προσθήκη κίνησης. Το κουμπί αυτό προσθέτει κίνηση στο σημείο B ώστε ο λόγος των πλευρικών μηκών να μεταβάλλεται διαρκώς μεταξύ 0 και 1. Ως αποτέλεσμα, το δεύτερο πολύγωνο αυξομειώνεται κατά την κίνηση του σημείου B στο αρχικό πολύγωνο.
2. Το κέντρο της αυξομείωσης επηρεάζει μόνο τη θέση του μετασχηματιζόμενου πολυγώνου και όχι τους λόγους εμβαδών και πλευρικών μηκών. Οι τελευταίοι καθορίζουν τη θέση του αποτυπωμένου σημείου Λ.
3. Ένα στερεό με διπλάσιο μήκος, πλάτος και ύψος θα έχει όγκο οκταπλάσιο του όγκου του αρχικού σώματος. Ο λόγος των όγκων δύο όμοιων στερεών σωμάτων ισούται με τον κύβο του λόγου των μηκών αντίστοιχων πλευρών.