### Δραστηριότητα: ΟΠΤΙΚΗ ΓΩΝΙΑ ΤΟΥ ΘΕΑΤΗ

**Διάρκεια της δραστηριότητας:** 1-2 διδακτικές ώρες

**Τάξη:** Β΄ Γυμνασίου

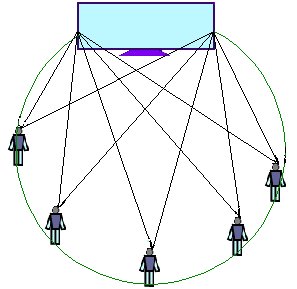
**Γνωστικά αντικείμενα:**

* Η έννοια της εγγεγραμμένης γωνίας
* Η σχέση εγγεγραμμένης - επίκεντρης γωνίας
* Η σχέση εγγεγραμμένης γωνίας και αντίστοιχου τόξου

**Η κατάσταση προβλήματος:**

Ένα χαρακτηριστικό πρόβλημα που σχετίζεται με την οπτική γωνία θέασης ενός σταθερού αντικειμένου είναι το εξής: «**Σε ποια διάταξη οι θεατές βλέπουν μία παρουσίαση το ίδιο «καλά»;**

Η μαθηματική περιγραφή του προβλήματος ανάγεται στην εύρεση στις καμπύλης εκείνης, πάνω στην οποία όλοι οι θεατές βλέπουν με την ίδια οπτική γωνία την παρουσίαση.

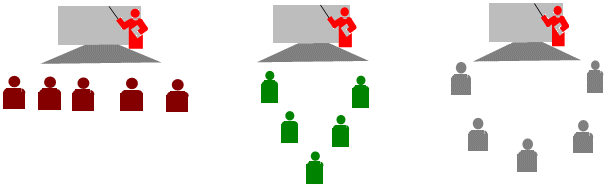


Η καμπύλη αυτή είναι ένας κύκλος, ενώ η μαθηματική εξήγηση στηρίζεται στις εγγεγραμμένες γωνίες που βαίνουν στο ίδιο τόξο.

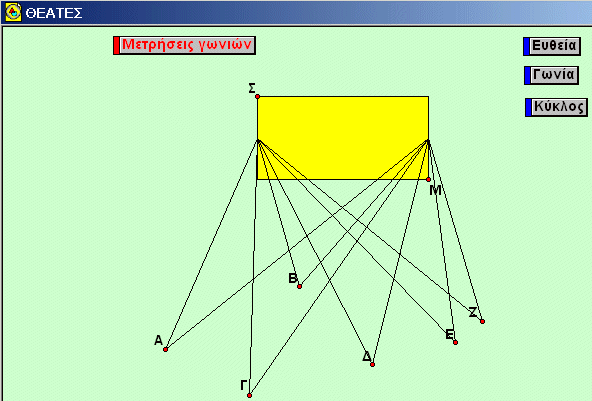
**Φύλλο εργασίας**

Να μελετήσετε το συμπληρωματικό κείμενο της **Οπτικής γωνίας**.

Σε καθεμία από τις παρακάτω εικόνες εμφανίζονται μερικοί θεατές οι οποίοι παρακολουθούν μία παρουσίαση. Σε ποια άραγε από εικόνες αυτές οι θεατές έχουν την ίδια οπτική γωνία προς τον παρουσιαστή; Με άλλα λόγια, σε ποια από αυτές οι θεατές βλέπουν όλοι το ίδιο καλά;



Ανοίξτε το αρχείο theates του λογισμικού.

Στην οθόνη εμφανίζονται:

Ένα κίτρινο ορθογώνιο παραλληλόγραμμο το οποίο μπορεί να μεταβάλλεται από τα σημεία Σ και Μ.

Τα ελεύθερα σημεία Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, που είναι και κορυφές των αντίστοιχων γωνιών.

Τα κουμπιά «Ευθεία», «Γωνία», «Κύκλος» που εμφανίζουν τα αντίστοιχα σχήματα στην οθόνη.

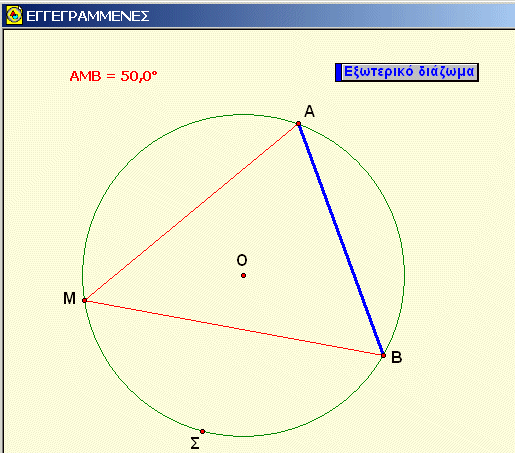
Το κουμπί «Μετρήσεις γωνιών» που εμφανίζει τα μέτρα των έξι γωνιών.

1. Στον παρακάτω πίνακα συμπληρώστε τη στήλη «Γεωμετρικό μοντέλο» με τα αντικείμενα που εμφανίζονται στην οθόνη.

|  |  |
| --- | --- |
| **Πραγματική κατάσταση** | **Γεωμετρικό μοντέλο** |
| Πίνακας παρουσίασης |  |
| Θεατές |  |
| Οπτικές γωνίες |  |

1. Με το κουμπί «Ευθεία» εμφανίστε την ευθεία και τοποθετήστε επάνω της τους θεατές, τον ένα δίπλα στον άλλο. Εμφανίστε τις μετρήσεις των γωνιών, σχολιάστε τις οπτικές γωνίες των θεατών και καταγράψτε τα συμπεράσματά σας.
2. Αποκρύψτε την ευθεία και με το κουμπί «Γωνία» εμφανίστε τη γωνία. Τοποθετήστε σε διάταξη τους θεατές πάνω σε αυτή. Σχολιάστε τα μέτρα των γωνιών.
3. Αποκρύψτε τη γωνία και με το κουμπί «Κύκλος» εμφανίστε τον κύκλο. Τοποθετήστε σε διάταξη τους θεατές πάνω σε αυτόν. Σε ποια περίπτωση φαίνεται ότι οι οπτικές γωνίες μπορεί να είναι και ίσες;

Κλείστε το αρχείο αυτό και ανοίξτε εκείνο με τίτλο gonies.



Στην οθόνη παρουσιάζονται:

Ένας κύκλος που μπορεί να μεταβληθεί, αν σύρετε το σημείο Σ ή το σημείο Ο. Μία εγγεγραμμένη γωνία με κορυφή το σημείο Μ που βλέπει το τόξο ΑΒ. Η μέτρηση της γωνίας ΑΜΒ. Ένα κουμπί με τίτλο «Εξωτερικό διάζωμα» που εμφανίζει ένα τόξο από έναν κύκλο μεγαλύτερο από τον αρχικό και μία εγγεγραμμένη γωνία με τη μέτρησή της.

1. Μετακινήστε το σημείο Μ που βρίσκεται πάνω στον κύκλο. Παρατηρήστε τη μέτρηση της γωνίας. Διατυπώστε το συμπέρασμα στο οποίο καταλήγετε.
2. Κατασκευάστε την επίκεντρη γωνία ΑΟΒ και μετρήστε τη. Μεταβάλετε τη θέση του σημείου Μ και συγκρίνετε τις μετρήσεις των δύο γωνιών (επίκεντρης-εγγεγραμμένης). Σε τι συμπέρασμα καταλήγετε;
3. Με βάση το αμέσως προηγούμενό σας συμπέρασμα αιτιολογήστε το συμπέρασμα που αποκομίσατε στη δραστηριότητα 4.
4. Μεταβάλετε τη θέση των σημείων Α και Β, ώστε το τμήμα να γίνει διάμετρος. Ποια είναι η τιμή της γωνίας ΑΜΒ; Αιτιολογήστε γιατί η τιμή της γωνίας είναι εκείνη που δείχνει η μέτρηση με το λογισμικό.
5. Μετακινήστε το σημείο Μ (θεατής), ώστε να βρεθεί «πίσω» από τον πίνακα παρουσίασης (τμήμα ΑΒ). Ποια είναι τώρα η τιμή της γωνίας ΑΜΒ; Ποια σχέση έχει με τη μέτρηση, όταν το Μ βρισκόταν «μπροστά» από τον πίνακα παρουσίασης; Διατυπώστε το συμπέρασμά σας και αιτιολογήστε το με μαθηματικούς συλλογισμούς.
6. Εμφανίστε το δεύτερο κύκλο με το κουμπί «Εξωτερικό διάζωμα». Συγκρίνετε τις οπτικές γωνίες των θεατών που βρίσκονται σε αυτά τα δύο διαφορετικά διαζώματα και διατυπώστε τα συμπεράσματά σας για τις θέσεις που προσφέρουν τη βέλτιστη οπτική γωνία στο θεατή.

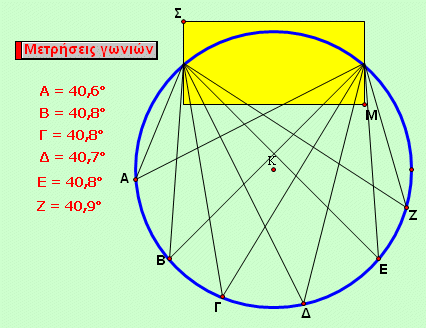
**Οδηγίες και προτάσεις υλοποίησης**

Στην ουσία η δραστηριότητα διακρίνεται σε δύο φάσεις.

**Α΄ ΦΑΣΗ**

Στόχος της πρώτης φάσης είναι οι μαθητές να μελετήσουν μία αληθοφανή προσομοίωση θεατών και των οπτικών τους γωνιών.

* Στην πρώτη άσκηση οι μαθητές θα θεωρήσουν το κίτρινο παραλληλόγραμμο ως γεωμετρικό μοντέλο της οθόνης, τα σημεία Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ ως θεατές και τις γωνίες που έχουν κορυφές τα σημεία αυτά ως τις οπτικές γωνίες των θεατών.
* Στις ασκήσεις 2, 3 και 4 οι μαθητές θα πειραματιστούν με τρεις διαφορετικές διατάξεις των θεατών. Συγκεκριμένα στη δεύτερη δραστηριότητα οι μαθητές θα εμφανίσουν την ευθεία με το αντίστοιχο κουμπί και θα τοποθετήσουν επάνω της τα δεδομένα σημεία. Όταν θα εμφανιστούν οι μετρήσεις για τις γωνίες των θεατών, τότε οι μαθητές αναμένεται να διαπιστώσουν ότι οι θεατές που βρίσκονται στις ακραίες θέσεις «αδικούνται» ως προς τη δυνατότητα να παρατηρούν τον πίνακα.
* Στη συνέχεια θα αποκρύψουν την ευθεία και θα εμφανίσουν τη γωνία. Όταν διατάξουν τους θεατές πάνω στη γωνία, θα διαπιστώσουν ότι και πάλι η διάταξη δημιουργεί ανισότητες σε σχέση με τις οπτικές γωνίες των θεατών.
* Τέλος θα αποκρύψουν τη γωνία και θα εμφανίσουν τον κύκλο. Όταν τοποθετήσουν τους θεατές σε κυκλική διάταξη αναμένεται να διαπιστώσουν ότι οι οπτικές γωνίες είναι σχεδόν ίσες.



Αφού ολοκληρωθεί η διερεύνηση, οι μαθητές καλούνται να γράψουν στο τετράδιό τους, υπό μορφή άτυπου κανόνα, τα συμπεράσματά τους.

**Β΄ ΦΑΣΗ**

Στόχος της δεύτερης φάσης είναι οι μαθητές να μελετήσουν ένα καθαρά γεωμετρικό, αφηρημένο μοντέλο της πραγματικής κατάστασης που περιγράφεται στο αρχικό πρόβλημα.

* Στην πέμπτη άσκηση οι μαθητές θα μεταβάλουν τη θέση του σημείου Μ πάνω στον κύκλο και θα παρατηρήσουν ότι η τιμή της γωνίας δεν μεταβάλλεται. Ο διδάσκων διαπραγματεύεται με τους μαθητές ένα συμπέρασμα το οποίο διατυπώνουν σε αυστηρά μαθηματική γλώσσα.
* Στην έκτη άσκηση ο διδάσκων πληροφορεί τους μαθητές για το περιεχόμενο της βοήθειας σχετικά με την κατασκευή τμήματος και τη μέτρηση γωνίας. Στη συνέχεια οι μαθητές κατασκευάζουν και μετρούν την επίκεντρη γωνία και συγκρίνουν τις δύο μετρήσεις (εγγεγραμμένης-επίκεντρης). Παρατηρώντας τις δύο μετρήσεις, θα διαπιστώσουν ότι το μέτρο της εγγεγραμμένης γωνίας ισούται με το μισό της επίκεντρης.
* Στο σημείο αυτό ο διδάσκων θα ζητήσει από τους μαθητές να μεταβάλουν τον κύκλο από το σημείο Σ. Αυτό που θα πρέπει να παρατηρήσουν τώρα είναι ότι ενώ οι μετρήσεις μεταβάλλονται, η σχέση μεταξύ των μετρήσεων παραμένει αναλλοίωτη. Τώρα πλέον η εικασία για τη σχέση των δύο μεγεθών ισχυροποιείται.
* Στην έβδομη άσκηση οι μαθητές θα ανακαλέσουν το συμπέρασμα ότι η κυκλική διάταξη είναι η πλέον «δίκαιη» διάταξη των θεατών και θα επιχειρήσουν να τεκμηριώσουν τη διαπίστωση αυτή με τα συμπεράσματά τους από το προηγούμενο ερώτημα.
* Στην όγδοη άσκηση οι μαθητές θα σύρουν το σημείο Α ή το Β, έως ότου η χορδή γίνει διάμετρος. Θα παρατηρήσουν ότι το μέτρο της γωνίας είναι 90ο και θα προσπαθήσουν να το αιτιολογήσουν. Η αιτιολόγηση θα στηριχτεί στο γεγονός ότι η επίκεντρη γωνία είναι πλέον ίση με 180ο, επομένως η επίκεντρη είναι ορθή.
* Στόχος της ένατης άσκησης είναι οι μαθητές να διαπιστώσουν ότι η οξεία εγγεγραμμένη που βλέπει τη χορδή ΑΒ και η αμβλεία εγγεγραμμένη που βλέπει την ίδια χορδή είναι γωνίες παραπληρωματικές. Θα διατυπώσουν το συμπέρασμά τους αυτό και θα το αιτιολογήσουν με βάση το γεγονός ότι οι αντίστοιχες επίκεντρες των δύο γωνιών έχουν άθροισμα 360ο.
* Στη δέκατη άσκηση οι μαθητές θα επεκτείνουν τα συμπεράσματά τους σε ομόκεντρους κύκλους. Εδώ αναμένεται να διαπιστώσουν ότι όσο μεγαλύτερη είναι η ακτίνα του κύκλου, τόσο μικρότερη είναι η εγγεγραμμένη γωνία που βλέπει τησταθερή χορδή.