****

***Ανάπτυξη Εκπαιδευτικού Λογισμικού και Ολοκληρωμένων Εκπαιδευτικών Πακέτων***

***για τα Ελληνικά σχολεία της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης***

***& Διάθεση Προϊόντων Εκπαιδευτικού Λογισμικού στα Σχολεία***



**«Ανάπτυξη Ολοκληρωμένων Εκπαιδευτικών Πακέτων»**

|  |  |
| --- | --- |
| **«Γέφυρες»** | |
| **Επίλυση προβλημάτων και λήψη αποφάσεων** | |
| **ΑΝΑΔΟΧΟΣ** | **exodus** |

|  |  |
| --- | --- |
| **Βιβλίο Καθηγητή** | |
| **Έκδοση:** | v.1.2 |
| **Ημερομηνία**: | 30/11/2007 |



**Το εκπαιδευτικό πακέτο**

**«Γέφυρες: Επίλυση Προβλημάτων και Λήψη Αποφάσεων»**

**αναπτύχθηκε στο παρακάτω πλαίσιο:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Πράξη**: | **ΠΛΕΙΑΔΕΣ: Ανάπτυξη Εκπαιδευτικού Λογισμικού και Ολοκληρωμένων Εκπαιδευτικών Πακέτων για τα Ελληνικά Σχολεία της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης & Διάθεση Προϊόντων Εκπαιδευτικού Λογισμικού στα Σχολεία.**  (2003-2007)  website: [pleiades.cti.gr](file:///C:\Users\Maria\Desktop\Φωτόδεντρο\ΓΕΦΥΡΕΣ\Βιβλία\Local%20Settings\Temporary%20Internet%20Files\OLK1C\pleiades.cti.gr) |
| Ενότητα | ΝΗΡΗΙΔΕΣ: Ανάπτυξη ολοκληρωμένων εκπαιδευτικών πακέτων |
| Τελικός Δικαιούχος (Φορέας Υλοποίήσης & Επιστημονικής Παρακολούθησης του έργου) | Ερευνητικό Ακαδημαϊκό Ινστιτούτο Τεχνολογίας Υπολογιστών (ΕΑ.ΙΤΥ) |
| Φορέας Χρηματοδότησης και Λειτουργίας | Υπουργείο Εθνικής Παιδείας και Θρησκευμάτων (Υπ.Ε.Π.Θ.) |
| Χρηματοδότηση | Επιχειρησιακό Πρόγραμμα: Κοινωνία της Πληροφορίας, Μέτρο 1.2, Γ’ ΚΠΣ |
| Ομάδα Ανάπτυξης του Έργου «*Γέφυρες*» | Υπεύθυνος έργου: Σοφία Λάσκου  Εκπαιδευτική ομάδα: Ξένου-Σιδηρά Νικολέτα, Θάνος Πετρόπουλος  Τεχνική ομάδα:  Επιμέλεια: Πολυμένης Πέτρος  Υπεύθυνος/οι παρακολούθησης εκ μέρους του ΕΑ.ΙΤΥ:  Σήλια Ρονιώτη, Βασίλης Τσίτσος |
|  | |

**ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ**

|  |
| --- |
| ΣΕΝΑΡΙΟ ΔΕΥΤΕΡΟ 4  1.1. Σύντομη ανασκόπηση του σεναρίου 4  1.1.1. Η ιδέα που διέπει το σενάριο 4  1.1.2. Τεχνολογικά εργαλεία 5  1.1.3. Ένταξη του σεναρίου στο Αναλυτικό Πρόγραμμα 5  1.1.4. Προσδοκώμενες παιδαγωγικές και μαθησιακές κατακτήσεις 5  1.2. Ο ρόλος των προς χρήση εργαλείων 6  1.3. Προσδοκώμενα μαθησιακά οφέλη 6  1.4. Διδακτική διαδικασία 7  1.5. Δραστηριότητες 8  1.5.1. Α΄ Φάση 8  *Φύλλο εργασίας 2.1* 9  1.5.2. Β΄ Φάση 10  *Φύλλο εργασίας 2.2 (ηλεκτρονική μορφή)* 11  *Φύλλο εργασίας 2.3 (ηλεκτρονική μορφή)* 14  1.5.3. Γ΄ Φάση 18  *Φύλλο εργασίας 2.4 (ηλεκτρονική μορφή)* 19  *Φύλλο εργασίας 2.5 (ηλεκτρονική μορφή)* 22 |

# ΣΕΝΑΡΙΟ ΔΕΥΤΕΡΟ

***Το πρόβλημα***



Μία κατασκευαστική εταιρεία πρόκειται να εκπονήσει μία μελέτη, που αφορά στην κατασκευή ανοιγόμενων γεφυρών (σαν αυτή που φαίνεται στην εικόνα). Μία ομάδα μελετητών της εταιρείας έχει αναλάβει τις εξής υποχρεώσεις:

* Να κατασκευάσει το γεωμετρικό μοντέλο μιας ανοιγόμενης γέφυρας με μεταβλητό πλάτος και ύψος.
* Να φτιάξει πίνακα που περιέχει όλα τα χαρακτηριστικά κάθε μοντέλου γέφυρας (εύρος ανοίγματος, απόσταση από τη στάθμη του νερού κτλ) προκειμένου να εφαρμοστεί σε μία δεδομένη κατάσταση.

Καλείστε να αναλάβετε το ρόλο της ομάδας των μελετητών και να παρουσιάσετε το δικό σας φάκελο με τις ζητούμενες εργασίες.

## Σύντομη ανασκόπηση του σεναρίου

### ***Η ιδέα που διέπει το σενάριο***

Η χρησιμότητα κατασκευής μιας γέφυρας είναι δεδομένη και όλοι μας έχουμε δει και περάσει πάνω από γέφυρες. Πολλά είναι τα είδη γεφυρών που κατασκευάζονται προκειμένου να εξυπηρετηθούν κυκλοφοριακές ανάγκες. Μία ευρέως διαδεδομένη κατηγορία γεφυρών είναι αυτή των ανοιγόμενων ή κινούμενων γεφυρών που εφαρμόζεται κυρίως σε μικρά πλάτη πλωτών ποταμών, καναλιών κτλ., όπου συνυπάρχει η ανάγκη διέλευσης πλωτών μέσων. Ποια είναι η αρχή λειτουργίας μιας τέτοιας γέφυρας; Τι λαβαίνουν υπόψη τους οι μελετητές για την κατασκευή της;

Στο σενάριο αυτό καλούνται οι μαθητές να αναλάβουν την εκπόνηση μιας τέτοιας εργασίας, μέσα από τις διαδικασίες της οποίας εμπλέκονται:

* Στην μοντελοποίηση μιας πραγματικής κατάστασης
* Σε διαδικασίες επίλυσης προβλήματος
* Σε εντοπισμό και μελέτη των παραμέτρων που επηρεάζουν τη λειτουργία μιας ανοιγόμενης γέφυρας.

### ***Τεχνολογικά εργαλεία***

Για την υλοποίηση των δραστηριοτήτων του σεναρίου έχουν χρησιμοποιηθεί δύο λογισμικά:

**Ο "Χελωνόκοσμος"**: Διερευνητικός μικρόκοσμος πάνω στην πλατφόρμα «Αβάκιο 2.x (E-Slate 2.x)» για συμβολική έκφραση μαθηματικών εννοιών, γεωμετρική αναπαράσταση διαδικασιών, δυναμικό χειρισμό των γεωμετρικών σχημάτων και την παρατήρηση των μεταβολών τους.

**Το Function Probe (FP):** Διερευνητικό λογισμικό πολλαπλών αναπαραστάσεων**,** τοοποίο υποστηρίζει και ενθαρρύνει τη δημιουργία και τη μελέτη συναρτησιακών σχέσεων μεταξύ συμεταβαλλόμενων μεγεθών.

### ***Ένταξη του σεναρίου στο Αναλυτικό Πρόγραμμα***

Το σενάριο αυτό μπορεί να ενταχθεί στο πρόγραμμα της Α’ Λυκείου στο κεφάλαιο της μελέτης των τριγωνομετρικών συναρτήσεων. Μπορεί να διδαχθεί τόσο πριν την εισαγωγή των μαθητών στο κεφάλαιο αυτό, αντικαθιστώντας τη διδασκαλία των αντιστοίχων παραγράφων της μελέτης του ημιτόνου και του συνημιτόνου, όσο και στο τέλος του κεφαλαίου σαν μία εναλλακτική διδακτική προσέγγιση.

### ***Προσδοκώμενες παιδαγωγικές και μαθησιακές κατακτήσεις***

Οι δραστηριότητες, που περιγράφονται παρακάτω, έχουν ως στόχο να παρέχουν στους μαθητές τη δυνατότητα από μεν την πλευρά του γνωστικού αντικειμένου:

* Να κατανοήσουν την έννοια της μεταβλητής και τους λόγους χρήσης της
* Να κατανοήσουν τις μεταβολές του ημιτόνου και του συνημιτόνου που προκύπτουν από τις μεταβολές του μέτρου των γωνιών
* Να κατανοήσουν τον τρόπο με τον οποίο παράγονται (μέσω μετασχηματισμών) οι συναρτήσεις y=αημx+β και y=συνx+β από τις συναρτήσεις y=ημx και y=συνx αντίστοιχα
* Να κατανοήσουν τον τρόπο συμμεταβολής δύο μεγεθών που συνδέονται μεταξύ τους με σχέσεις που περιέχουν τριγωνομετρικές συναρτήσεις, μέσα από διαφορετικούς τρόπους αναπαράστασή τους (πίνακα τιμών, αλγεβρικό τύπο και γραφική παράσταση)
* Να αντιληφθούν τη διευκόλυνση που τους παρέχεται από τη χρήση των τριγωνομετρικών συναρτήσεων στην επίλυση πραγματικών προβλημάτων.

Από δε την παιδαγωγική πλευρά:

* Να μάθουν να πειραματίζονται με τις περιεχόμενες μαθηματικές έννοιες (ημίτονο, συνημίτονο, απόσταση κτλ.) και τις σχέσεις που τις συνδέουν θέτοντας ερωτήματα και κάνοντας διάφορες εικασίες
* Να τους δοθεί η ευκαιρία να οργανώσουν τα δεδομένα τους ώστε να διευκολυνθούν στην εξαγωγή συμπερασμάτων και στην εύρεση λύσεων
* Να μάθουν να συνεργάζονται με τα άλλα μέλη της ομάδας για να συζητήσουν τις παρατηρήσεις τους, να οργανώσουν τα συμπεράσματά τους, να διατυπώσουν κανόνες, να καταχωρίσουν τα δεδομένα τους, να κατασκευάσουν σχέσεις που συνδέουν μεγέθη, να παρουσιάσουν την εργασία τους στις άλλες ομάδες
* Να οικοδομήσουν κώδικες επικοινωνίας ώστε να γίνονται αντιληπτοί από τα άλλα μέλη της ομάδας, από όλους τους συμμαθητές τους και από τον καθηγητή τους.

## Ο ρόλος των προς χρήση εργαλείων

Οι δυνατότητες των προς χρήση λογισμικών στο παρόν σενάριο διαφοροποιούν σε μεγάλο βαθμό τη μαθησιακή διαδικασία σε σχέση με τα παραδοσιακά μέσα διδασκαλίας. Έτσι, η χρήση του Χελωνόκοσμου δίνει τη δυνατότητα στους μαθητές:

* Να κατασκευάσουν με την χρήση γλώσσας προγραμματισμού Logo μοντέλα πραγματικών γεφυρών. Με τον τρόπο αυτό ασκούνται στη χρήση μεταβλητών και στο σχεδιασμό διαδικασιών που έχουν σαν αποτέλεσμα την κατασκευή γεωμετρικών σχημάτων κάνοντας χρήση των ιδιοτήτων τους.
* Να χειριστούν με δυναμικό τρόπο τα μοντέλα που κατασκευάζουν για να παρατηρήσουν και να βγάλουν συμπεράσματα.

Το Function Probe δίνει στους μαθητές τη δυνατότητα:

* Της καταχώρισης, οργάνωσης και γρήγορης επεξεργασίας των δεδομένων του προβλήματος
* Της σταδιακής κατασκευής των σχέσεων, που συνδέουν τα μεγέθη του προβλήματος που συμμεταβάλλονται
* Των διαφορετικών τρόπων έκφρασης των τριγωνομετρικών συναρτήσεων (τύπος, πίνακας τιμών, γραφική παράσταση)
* Της γραφικής μελέτης των λύσεων ενός προβλήματος
* Του μετασχηματισμού των βασικών συναρτήσεων y=ημx και y=συνx με δυναμικό χειρισμό της γραφικής τους παράστασης ώστε να προκύψουν οι συναρτήσεις *y*=*k*+*ρ*∙ημ*x* και *y*=*k*+*ρ*∙συν*x* αντίστοιχα.

## Προσδοκώμενα μαθησιακά οφέλη

Στο Αναλυτικό Πρόγραμμα των Μαθηματικών, μεταξύ των ειδικών στόχων της διδασκαλίας τους αναφέρεται «*η ανάπτυξη της ικανότητας για επίλυση προβλημάτων και αντιμετώπιση πραγματικών καταστάσεων*»καθώςκαι«*η ανάδειξη της εφαρμοσιμότητας και της πρακτικής χρήσης των Μαθηματικών*». Οι δύο αυτοί στόχοι αποτέλεσαν τον πυρήνα του σχεδιασμού των δραστηριοτήτων αυτού του σεναρίου. Έτσι, μέσω των δραστηριοτήτων οι μαθητές:

* Έχουν την ευκαιρία να μετατρέψουν μία κατάσταση προβληματισμού σε μαθηματικό πρόβλημα.
* Εμπλέκονται σε κατασκευές γεωμετρικών μοντέλων γεφυρών (κάνοντας χρήση μεταβλητών) προκειμένου να διερευνήσουν και να λύσουν το πρόβλημα.
* Χειρίζονται δυναμικά αυτά τα μοντέλα προκειμένου να τα προσαρμόσουν σε δεδομένες καταστάσεις.
* Προσεγγίζουν τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων *y*=*k*+*ρ*∙ημ*x* και *y*=*k*+*ρ*∙συν*x* με δυναμικό χειρισμό των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων *y*=ημ*x* και *y*=συν*x* αντίστοιχα. Με τον τρόπο αυτό μπορούν να ερμηνεύσουν το ρόλο των *k* και *ρ*.
* Τους δίνεται η ευκαιρία να χρησιμοποιήσουν την έννοια της μεταβλητής για να κατασκευάσουν σταδιακά τις σχέσεις που συνδέουν δύο συμμεταβαλλόμενα μεγέθη.
* Τους δίνεται η δυνατότητα μελέτης και χειρισμού των σχέσεων που κατασκευάζουν μέσα από τη γραφική τους αναπαράσταση.

## Διδακτική διαδικασία

Ο σχεδιασμός των δραστηριοτήτων μπορεί να διαχωριστεί σε τρεις φάσεις:

* **Η πρώτη φάση** αφορά:
  + στην ενημέρωση των μαθητών για τις γενικές γραμμές του σεναρίου και του προβληματισμού που πρόκειται να τους απασχολήσει,
  + στον εμπλουτισμό των οπτικών εμπειριών τους με εικόνες γεφυρών διαφόρων τύπων (σταθερές, τοξωτές, ακτινωτές, περιστρεφόμενες, συρόμενες, ανακλινόμενες) με τη χρήση κατάλληλου εποπτικού υλικού,
  + στην εισαγωγή των μαθητών στο περιβάλλον του Function Probe, μέσα από την επίλυση ενός κατάλληλα επιλεγμένου προβλήματος που τους οδηγεί στην αξιοποίηση εκείνων των λειτουργιών και των δυνατοτήτων του λογισμικού που θα χρειαστούν αργότερα κατά την ανάπτυξη του σεναρίου,
  + στη γνωριμία τους με το προγραμματιστικό περιβάλλον της γλώσσας Logo μέσω κατασκευών διαφόρων σχημάτων ώστε, αφού αρχικά εξοικειωθούν με τις αναγκαίες βασικές εντολές της γλώσσας, να οδηγηθούν σταδιακά στη χρήση μεταβλητής.
* **Η δεύτερη φάση** αφορά:
  + στην κατασκευή ενός μοντέλου ανοιγόμενης γέφυρας σταθερού μήκους 14 μέτρων με μοναδική μεταβλητή τη γωνία ανοίγματος της γέφυρας (η κατασκευή αυτή γίνεται στο «Χελωνόκοσμο»),
  + στη μελέτη – στο περιβάλλον του Function Probe – των συναρτήσεων *y*=*ρ*∙ημ*x* και *y*=*ρ*∙συν*x, x*∈[0ο, 90ο] μέσα από τις μεταβολές των μεγεθών του μοντέλου της γέφυρας.
* **Η τρίτη φάση** αφορά:
  + στη κατασκευή μοντέλου ανοιγόμενης γέφυρας που θα εξαρτάται από τρεις μεταβλητές: τη γωνία ανάκλισης, το πλάτος του ποταμού και το ύψος της γέφυρας, δηλαδή την απόστασή της από τη στάθμη του νερού όταν είναι κλειστή,
  + στη διερεύνηση, οργάνωση και παρουσίαση των δεδομένων στο Function Probe με τη δημιουργία πίνακα και γραφικών παραστάσεων που περιέχουν όλα τα χαρακτηριστικά του μοντέλου της γέφυρας (εύρος ανοίγματος, απόσταση από τη στάθμη του νερού κτλ). Με τις δραστηριότητες αυτές οι μαθητές διαπραγματεύονται τις συναρτήσεις *y*=*k*+*ρ*∙ημ*x* και *y*=*k*+*ρ*∙συν*x, x*∈[0ο, 90ο],
  + στην εποπτική προσέγγιση των χαρακτηριστικών των τριγωνομετρικών συναρτήσεων *y*=ημ*x* και *y*=συν*x* στο διάστημα [0ο, 360ο].

Όπως προαναφέρθηκε στις στρατηγικές εφαρμογής, θεωρείται σκόπιμο, στο τέλος κάθε φάσης, όλες οι ομάδες να κάνουν μία σύντομη παρουσίαση των συμπερασμάτων τους.

## Δραστηριότητες

### ***Α΄ Φάση***

***Βήμα 1***

Η πρώτη επαφή με το project είναι προτιμότερο να γίνει στην τάξη και όχι στο εργαστήριο δεδομένου ότι οι δραστηριότητες που δεν απαιτούν Η/Υ δύσκολα γίνονται στο εργαστήριο, καθώς η προσοχή των μαθητών διασπάται από τα μηχανήματα. Χρειάζεται πάντως ένα overhead projector ή ένα video projector για την προβολή των εικόνων). Οι μαθητές θα ασχοληθούν με το φύλλο εργασίας ατομικά, ώστε να έχουν την ευκαιρία όλοι να κάνουν την σχεδίαση και τις ζητούμενες μετρήσεις με τη χρήση γεωμετρικών οργάνων.

***Συνοδευτικό υλικό***

Εισαγωγικό κείμενο για τις ανοιγόμενες γέφυρες

PowerPoint presentation με εικόνες γεφυρών

Φύλλο εργασίας με χαρτί μιλιμετρέ

***Προτεινόμενη διδακτική διαδικασία***

Αρχικά θα πρέπει να γίνει γενική περιγραφή του σεναρίου και των στόχων του.

Προτείνεται:

«Θα ασχοληθούμε με την εκπόνηση μιας μελέτης που αφορά στην κατασκευή ανοιγόμενων γεφυρών. Θα αναλάβουμε το ρόλο των μελετητών μιας κατασκευαστικής εταιρείας με τις εξής υποχρεώσεις:

* Να κατασκευάσουμε το γεωμετρικό μοντέλο μιας ανοιγόμενης γέφυρας που θα μπορεί να προσαρμόζεται σε ποταμούς που θα έχουν διάφορα πλάτη, αλλά και με διάφορες αποστάσεις από τη στάθμη του νερού όταν αυτή είναι κλειστή.
* Να φτιάξουμε πίνακα και διαγράμματα που θα περιέχουν και θα παρουσιάζουν τις τιμές όλων των χαρακτηριστικών του μοντέλου της γέφυρας (γωνία και εύρος ανοίγματος, απόσταση από τη στάθμη του νερού κτλ) προκειμένου να εφαρμοστεί σε μία δεδομένη κατάσταση.

Για να επιτύχουμε αυτούς τους δύο στόχους θα δουλέψουμε σε δύο διαφορετικά λογισμικά. Το ένα προσφέρεται για την κατασκευή του γεωμετρικού μοντέλου και το άλλο για την κατασκευή του πίνακα. Θα γνωρίσουμε τα δυο αυτά λογισμικά στα επόμενα μαθήματα.»

Στη συνέχεια γίνεται παρουσίαση εικόνων γεφυρών από διάφορα μέρη του κόσμου. Οι μαθητές βλέπουν τους διαφορετικούς τύπους γεφυρών και συζητούν για τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα κάθε τύπου, εστιάζοντας τελικά το ενδιαφέρον στις ανοιγόμενες γέφυρες (ανακλινόμενες). Με τη διαδοχή των εικόνων οι μαθητές οδηγούνται σταδιακά στην αφαίρεση που απαιτεί η μοντελοποίηση. Κατά τη συζήτηση δίνονται εξηγήσεις για τον τρόπο με τον οποίο κινείται η γέφυρα και εισάγεται η βασική μεταβλητή από την οποία εξαρτάται η κίνηση: η **γωνία**.

#### 

#### *Φύλλο εργασίας 2.1*

|  |  |
| --- | --- |
| Για να δουλέψουν οι μαθητές στην ερώτηση (1) του Φύλλου Εργασίας, θα πρέπει να προηγηθεί η «γεωμετρικοποίηση» της γέφυρας, δηλαδή, να οδηγηθούν στη ιδέα της κατασκευής δυο ορθογωνίων τριγώνων. Προς την κατεύθυνση αυτή θα βοηθήσουν οι εικόνες του εποπτικού υλικού, (Power Point Presentation) όπως η εικόνα δεξιά,  σε συνδυασμό με το παρακάτω απλό σχέδιο: |  |
| Στάθμη νερού  Α  .  Δ  Κ  Λ  . | |

Στον τετραγωνισμένο χώρο που ακολουθεί, να σχεδιάσετε (με διαβήτη, χάρακα και μοιρογνωμόνιο) πέντε διαφορετικά στιγμιότυπα από το άνοιγμα μιας γέφυρας συνολικού μήκους 14 m με γωνίες: 0ο, 25ο, 45ο, 60ο, 70ο και 90ο αντίστοιχα.

Οι τιμές για το μήκος της κατακόρυφης και της οριζόντιας κάθετης που θα συμπληρωθούν στον πίνακα που ακολουθεί πρέπει να αποδοθούν σε μέτρα κάνοντας χρήση της κλίμακας με την οποία γίνεται το σχέδιο.

***Σημείωση για την κλίμακα:*** Στο σχέδιό σας κάθε 1 cm θα αντιστοιχεί σε 1 m.

Συμπληρώστε τον πίνακα μετρώντας τα ζητούμενα μεγέθη με το χάρακα, ή με τις γραμμές του χαρτιού:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Γωνία** | **Μήκος κατακόρυφης κάθετης** | **Μήκος**  Οι μαθητές συμπληρώνουν τον πίνακα με τις μετρήσεις των μηκών που βλέπουν με τη βοήθεια του μιλιμετρέ χαρτιού, επομένως είναι αναμενόμενο να υπάρχουν μικρές αποκλίσεις στις απαντήσεις τους, οφειλόμενες σε σχεδιαστικές ατέλειες.  **οριζόντιας**  **κάθετης** |
| 0ο |  |  |
| 25ο |  |  |
| 45ο |  |  |
| 60ο |  |  |
| 70ο |  |  |
| 90ο |  |  |

***Βήμα 2***

Σκοπός της δεύτερης δραστηριότητας είναι να έρθουν οι μαθητές σε επαφή με το περιβάλλον του Function Probe. Για να εξοικειωθούν με τις λειτουργίες του λογισμικού και να γνωρίσουν τις δυνατότητές του προτείνεται η υλοποίηση της δραστηριότητας «**Μετασχηματισμοί στη συνάρτηση y=αx2+βx+γ**» που περιέχονται στο συνοδευτικό υλικό του FP (Βιβλίο Καθηγητή σελίδα 50).

Το μάθημα αυτό καθώς και όλα τα επόμενα γίνονται στο εργαστήριο Η/Υ.

Οι μαθητές θα πρέπει να χωριστούν σε ομάδες των 2-3 ατόμων. Κάθε ομάδα αναλαμβάνει να εκπονήσει το δικό της project το οποίο και θα παρουσιάσει στο τέλος της εργασίας. Για το λόγο αυτό θα πρέπει να κρατηθούν αρχεία των γραπτών εργασιών, αλλά και να αποθηκευθούν τα ηλεκτρονικά αρχεία των μαθητών.

***Βήμα 3***

Στο τρίτο βήμα οι μαθητές εισάγονται στο προγραμματιστικό περιβάλλον του λογισμικού «Χελωνόκοσμος». Η εξοικείωση γίνεται με τις δραστηριότητες των *Φύλλων Εργασίας 1* και *2* που βρίσκονται στο Παράρτημα.

Οι μαθητές ανοίγουν το Χελωνόκοσμο και τους δίνονται οι πρώτες βασικές περιγραφές του περιβάλλοντος (Καμβάς, Logo, Χελώνα, Μεταβολέας). Στην πρώτη αυτή επαφή με το Χελωνόκοσμο, οι ψηφίδες θα πρέπει να είναι συνδεδεμένες μεταξύ τους από τον καθηγητή. Σε επόμενη χρήση καλό είναι η σύνδεση των ψηφίδων να γίνει από τους μαθητές, γιατί αυτό θα βοηθήσει στην καλύτερη κατανόηση της λογικής με την οποία επικοινωνούν οι ψηφίδες και επομένως της λειτουργίας του λογισμικού.

Τα *Φύλλα Εργασίας 1* και *2* είναι σε μορφή MSWord αρχείου. Η μορφή αυτή ενδείκνυται, δεδομένου ότι οι μαθητές παράγουν στις αντίστοιχες δραστηριότητες ψηφιακό υλικό (κώδικα Logo, γεωμετρικά σχήματα στην ψηφίδα «Καμβάς»), οπότε έχουν τη δυνατότητα να μεταφέρουν με απλό τρόπο (copy - paste) τη δουλειά τους στο αρχείο του αντίστοιχου Φύλλου Εργασίας τους.

### ***Β΄ Φάση***

***Βήμα 1***

Το ζητούμενο της δραστηριότητας αυτής είναι η κατασκευή στο περιβάλλον του Χελωνόκοσμου ενός μοντέλου ανοιγόμενης γέφυρας, η οποία θα έχει σταθερό πλάτος. Το μοντέλο που θα κατασκευάσουν οι μαθητές θα πρέπει να αποτελείται από δυο μεταβλητά ορθογώνια τρίγωνα σταθερής υποτείνουσας.

Ο καθηγητής εστιάζει στο αντίστοιχο σημείο του σεναρίου:

«Μια τεχνική εταιρεία πρόκειται να λάβει μέρος σε ένα διαγωνισμό για την κατασκευή κινητών γεφυρών. Η τεχνική προσφορά, εκτός των άλλων, θα πρέπει να περιέχει και ένα μοντέλο κινητής γέφυρας.

Ως στελέχη της εταιρείας θα πρέπει να κατασκευάσετε αρχικά ένα μοντέλο μιας ανοιγόμενης γέφυρας σταθερού πλάτους που δεν θα λαμβάνει υπόψη του την απόσταση της κλειστής γέφυρας από τη στάθμη του νερού (απλά δυο μεταβλητά τρίγωνα).»

Στο *Φύλλο Εργασίας 2.2* δίνουμε στους μαθητές τη δυνατότητα να παίρνουν τις πραγματικές τιμές για τις δύο κάθετες πλευρές των ορθογωνίων τριγώνων που σχηματίζει η κινούμενη γέφυρα (με τις εντολές print του ερωτήματος 3), έτσι ώστε να μπορούν να περάσουν τα δεδομένα τους στον πίνακα του Function Probe.

#### *Φύλλο εργασίας 2.2 (ηλεκτρονική μορφή)*

Με τη σύμβαση ότι σε πραγματικό μήκος 1 μέτρου αντιστοιχούν 20 βήματα της χελώνας, κατασκευάστε στο Χελωνόκοσμο ένα μοντέλο ανοιγόμενης γέφυρας πλάτους 14 μέτρων**.**

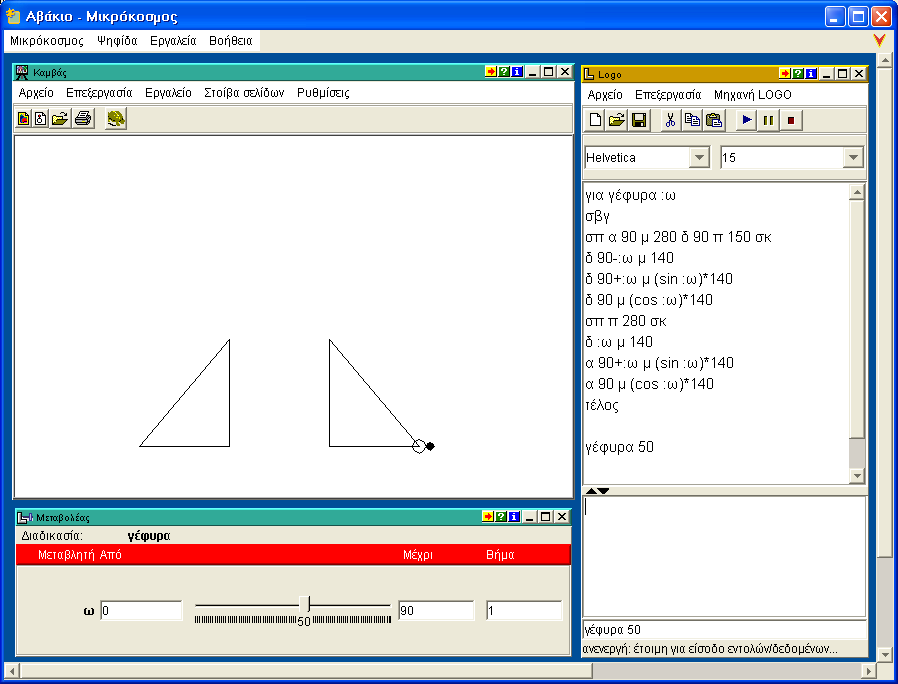
Η κλίμακα αυτή επιλέγεται για να προκύπτει στον Καμβά ένα ευδιάκριτο σχήμα γέφυρας.

Παρατήρηση:

Θα πρέπει οι μαθητές να δώσουν στις υποτείνουσες των ορθογωνίων τριγώνων του μοντέλου τους μήκος 140 βημάτων της χελώνας.

1. Να μεταφέρετε μια εικόνα του Χελωνόκοσμου με το μοντέλο και τον κώδικα, εδώ:

Αναμενόμενη εικόνα:



1. Για να μπορέσετε να πάρετε μετρήσεις για το μήκος των κάθετων πλευρών των ορθογωνίων τριγώνων του μοντέλου της γέφυρας, συμπληρώστε στον κώδικα, ακριβώς πριν την εντολή *τέλος*, τρεις εντολές που θα εμφανίζουν στο κάτω μέρος της ψηφίδας Logo τις αντίστοιχες μετρήσεις σε μέτρα:

Στη θέση του :*ω* πληκτρολογήστε

τη δική σας μεταβλητή για τη γωνία

|  |
| --- |
| print "  print1 [κατακόρυφη κάθετη =] print (round((sin :ω)\*70)\*10)/100  print1 [οριζόντια κάθετη =] print (round((cos :ω)\*70)\*10)/100 |

Παρατήρηση:

Οι μαθητές μπορούν να περάσουν τις εντολές από το *Φύλλο Εργασίας 2.2* στο Χελωνόκοσμο με αντιγραφή και επικόλληση (copy - paste).

1. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα και να συγκρίνετε τις τιμές του μ’ εκείνες που καταγράψατε στον πίνακα του *Φύλλου Εργασίας 2.1* από το αντίστοιχο μοντέλο που σχεδιάσατε στο τετραγωνισμένο χαρτί.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Γωνία** | **Μήκος κατακόρυφης κάθετης** | **Μήκος**  **οριζόντιας**  **κάθετης** | Οι ζητούμενες τιμές του πίνακα εμφανίζονται στο κάτω μέρος της ψηφίδας Logo. |
| 0ο | 0 | 7 |
| 10ο | 1.22 | 6.89 |
| 20ο | 2.39 | 6.58 |
| 30ο | 3.5 | 6.06 |
| 40ο | 4.5 | 5.36 |
| 50ο | 5.36 | 4.5 |
| 60ο | 6.06 | 3.5 |
| 70ο | 6.58 | 2.39 |
| 80ο | 6.89 | 1.22 |
| 90ο | 7 | 0 |

***Βήμα 2***

Μεταφορά των τιμών του μοντέλου μιας μεταβλητής, από το Χελωνόκοσμο στο Function Probe.

Ζητούμενο αυτής της δραστηριότητας είναι η κατασκευή πίνακα που παρέχει τις εξής πληροφορίες για κάθε μοντέλο γέφυρας που κατασκεύασαν οι μαθητές στην προηγούμενη δραστηριότητα:

* Το ύψος στο οποίο βρίσκονται τα άκρα της ανοιγόμενης γέφυρας από την οριζόντια θέση της
* Το μήκος της οριζόντιας κάθετης πλευράς των τριγώνων. Η μεταβολές αυτού του μήκους έχουν ενδιαφέρον, καθώς συνδέονται με το εύρος του ανοίγματος της γέφυρας (την απόσταση μεταξύ των κινητών άκρων της).

Και τα δύο παραπάνω στοιχεία είναι εξαρτημένα από τη γωνία ανοίγματος της γέφυρας.

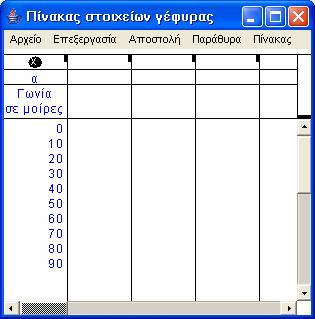
Με τη δραστηριότητα αυτή δίνεται η ευκαιρία διερεύνησης των συναρτήσεων *y*=sin*x*, *y*=cos*x*, *y*=*ρ*∙sin*x* και *y*=*ρ*∙cos*x, x*∈[0ο, 90ο], τόσο μέσα από πίνακα τιμών, όσο και μέσα από τη γραφική τους παράσταση. Η παρούσα κατάσταση απαιτεί την σταδιακή κατασκευή του πίνακα ώστε να δοθεί στους μαθητές η ευκαιρία να δομήσουν τον ζητούμενο πίνακα μέσα από διερεύνηση των σχέσεων που παρουσιάζονται. Ο πίνακας δε θα πρέπει να είναι αποτέλεσμα της οργάνωσης που έχει στο μυαλό του ο διδάσκων, αλλά αποτέλεσμα πρωτοβουλίας της κάθε ομάδας.

Στο τέλος της δραστηριότητας προτείνεται κάθε ομάδα μαθητών να παρουσιάσει τη δική της εργασία.

#### *Φύλλο εργασίας 2.3 (ηλεκτρονική μορφή)*

1. Συμπληρώστε την πρώτη στήλη του πίνακα του Function Probe με τις τιμές της γωνίας σε μοίρες (από 0ο έως 90ο, με βήμα 10ο).

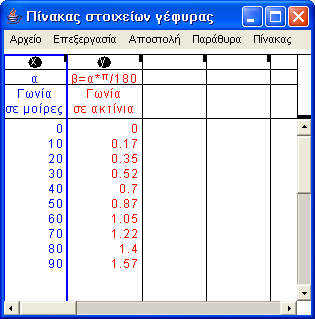
Αναμενόμενο αποτέλεσμα:



1. Επειδή το FP αναγνωρίζει ως μονάδα μέτρησης γωνίας μόνο το ακτίνιο, θα πρέπει να μετατρέψτε τις μοίρες σε ακτίνια στη δεύτερη στήλη του πίνακα.

Θα πρέπει να γίνει συζήτηση για τη χρησιμότητα και την αναγκαιότητα της μετατροπής των μοιρών σε ακτίνια.

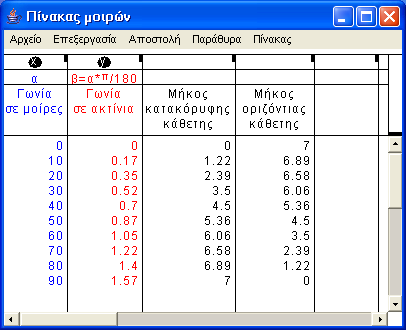
Αναμενόμενο αποτέλεσμα:



Η σχέση μοιρών – ακτινίων είναι γνωστή από τα μαθηματικά της β΄ γυμνασίου. Εντούτοις ενδέχεται να χρειαστεί να γίνει υπενθύμιση του σχετικού τύπου.

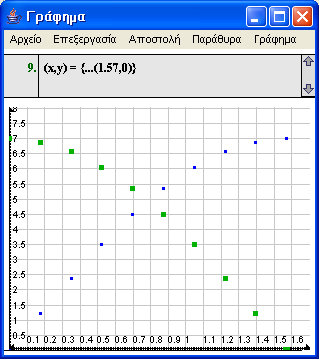
1. Συμπληρώστε στην τρίτη και τέταρτη στήλη του πίνακα τις αντίστοιχες τιμές που αναφέρονται στον πίνακα που φτιάξατε στο ερώτημα 4 του *Φύλλου Εργασίας 2.2*.

Αναμενόμενο αποτέλεσμα:



1. Στείλτε στο γράφημα τα σημεία   
   Μ(γωνία, Μήκος κατακόρυφης κάθετης) και Ν(γωνία, Μήκος οριζόντιας κάθετης).

Αναμενόμενο αποτέλεσμα:



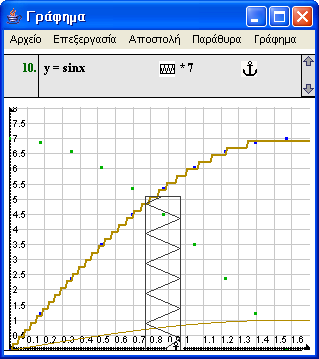
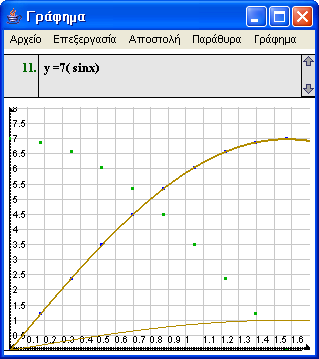
Οι μαθητές θα πρέπει να πληκτρολογήσουν στο παράθυρο «Γράφημα» τη συνάρτηση *y*=sin*x* και να τη μετασχηματίσουν με το κατάλληλο εργαλείο ώστε να εφαρμόσει στα αντίστοιχα σημεία Μ. Αντίστοιχα, για το ερώτημα 6 χρησιμοποιούν τη συνάρτηση *y*=cos*x*.

1. Ποια σχέση υπάρχει μεταξύ της γραφικής παράστασης της συνάρτησης *y*=sin*x* και της γραμμής που ενώνει τα σημεία   
   Μ(γωνία, Μήκος κατακόρυφης κάθετης) που στείλατε στο γράφημα;

Πληκτρολογήστε την απάντησή σας, εδώ:

Αναμενόμενες κινήσεις:

Οι μαθητές μετασχηματίζουν την *y*=sin*x* (*Εικόνες 8, 9*) και οδηγούνται στον τύπο *y*=7·sin*x*.

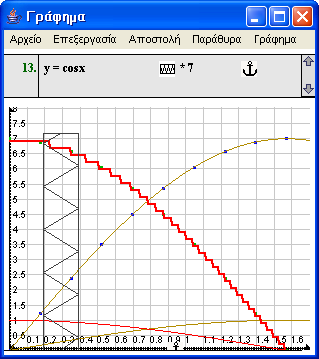
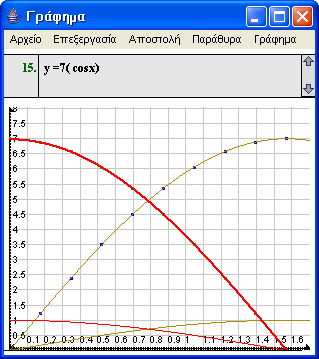
*Εικόνα 8 Εικόνα 9*

1. Ποια σχέση υπάρχει μεταξύ της γραφικής παράστασης της συνάρτησης *y*=cos*x* και της γραμμής που ενώνει τα σημεία Ν(γωνία, Μήκος οριζόντιας κάθετης) που στείλατε στο γράφημα;

Πληκτρολογήστε την απάντησή σας, εδώ:

Αναμενόμενες κινήσεις:

Οι μαθητές μετασχηματίζουν την *y*=cos*x* (*Εικόνες 10, 11*) και οδηγούνται στον τύπο *y*=7·cos*x*.

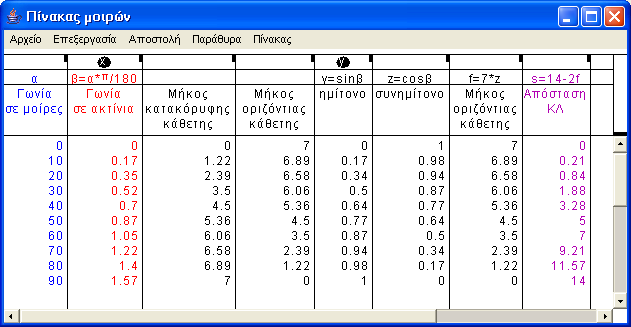
*Εικόνα 10 Εικόνα 11*

1. Φτιάξτε στήλες στον πίνακα για τις συναρτήσεις *y*=7∙sin*x* και *y*=7∙cos*x*.
2. Βρείτε τη σχέση που δίνει το εύρος του ανοίγματος τη γέφυρας και δημιουργείστε μια στήλη που θα δίνει τις τιμές αυτές. (*Με τον όρο «εύρος του ανοίγματος τη γέφυρας» εννοούμε την απόσταση μεταξύ των κινητών άκρων Κ και Λ των βραχιόνων της γέφυρας*).

Η σχέση αυτή θα πρέπει να δομηθεί σταδιακά.

Συμπληρώστε τον τύπο, εδώ:

Αναμενόμενη απάντηση:



|  |
| --- |
| ΚΛ=14-14∙cos*x* |

### ***Γ΄ Φάση***

Γίνεται η κατασκευή του τελικού μοντέλου ανοιγόμενης γέφυρας και κατόπιν οργανώνεται πλήρης επεξεργασία και αναλυτική παρουσίαση των στοιχείων συγκεκριμένων γεφυρών.

Στη φάση αυτή οι μαθητές θα επεκτείνουν τις δυνατότητες του μοντέλου τους, συμπληρώνοντας τον κώδικα με κατάλληλες εντολές, ώστε το τελικό μοντέλο να εφαρμόζεται σε οποιαδήποτε δεδομένη πραγματική κατάσταση, αφού θα λαμβάνει υπόψη τρεις μεταβλητές:

* Γωνία ανοίγματος
* Πλάτος της διώρυγας, ή του ποταμού
* Απόσταση από τη στάθμη του νερού.

Η κατασκευή του μοντέλου γίνεται με τη βοήθεια του *Φύλλου Εργασίας 2.4* σταδιακά:

* Αρχικά, οι μαθητές κατασκευάζουν μοντέλο μιας ανοιγόμενης γέφυρας που θα έχει σταθερή απόσταση από τη στάθμη του νερού όταν είναι κλειστή, θα μπορεί όμως να προσαρμόζεται σε διάφορα πλάτη ποταμών.
* Στη συνέχεια αναπτύσσουν το μοντέλο, ώστε στον Καμβά να εμφανίζεται και η στάθμη του νερού, με μεταβλητή την απόστασή της από την κλειστή γέφυρα.

Η Γ΄ Φάση ολοκληρώνεται με την κατασκευή στο Function Probe ενός πίνακα που θα παρουσιάζει τις τιμές όλων των χαρακτηριστικών του μοντέλου της γέφυρας (γωνία και εύρος ανοίγματος, απόσταση από τη στάθμη του νερού κτλ).

Ταυτόχρονα, με τη χρήση του Function Probe γίνεται διερεύνηση των συναρτήσεων *y*=*k*+*ρ*∙ημ*χ* και *y*=*k*+*ρ*∙συν*χ*, ως μετασχηματισμών των *y*=ημ*χ* και *y*=συν*χ* αντίστοιχα.

***Βήμα 1***

Κατασκευή του τελικού μοντέλου της γέφυρας.

Οι μαθητές δουλεύουν στο Χελωνόκοσμο. Μπορούν να δημιουργήσουν ένα νέο κώδικα για το πλήρες μοντέλο, ή να τροποποιήσουν τον κώδικα που έφτιαξαν στην προηγούμενη φάση (στο *Φύλλο Εργασίας 2.2*).

#### *Φύλλο εργασίας 2.4 (ηλεκτρονική μορφή)*

1. Φτιάξτε στο Χελωνόκοσμο ένα μοντέλο μιας ανοιγόμενης γέφυρας με μεταβλητό πλάτος.  
   (Χρησιμοποιείστε δύο μεταβλητές: τη ***γωνία*** και το ***πλάτος*** του ποταμού)

Αναμενόμενο αποτέλεσμα:

για γέφυρα :πλάτος :ω

Φτιάξε "πλάτος :πλάτος\*10

σβγ

σπ α 90 μ :πλάτος/2 δ 90 π 100 σκ

δ 90-:ω μ :πλάτος/2

δ 90+:ω μ (sin(:ω))\*:πλάτος/2

δ 90 μ (cos(:ω))\*:πλάτος/2

σπ π :πλάτος σκ

δ :ω μ :πλάτος/2

α 90+:ω μ (sin(:ω))\*:πλάτος/2

α 90 μ (cos(:ω))\*:πλάτος/2

τέλος

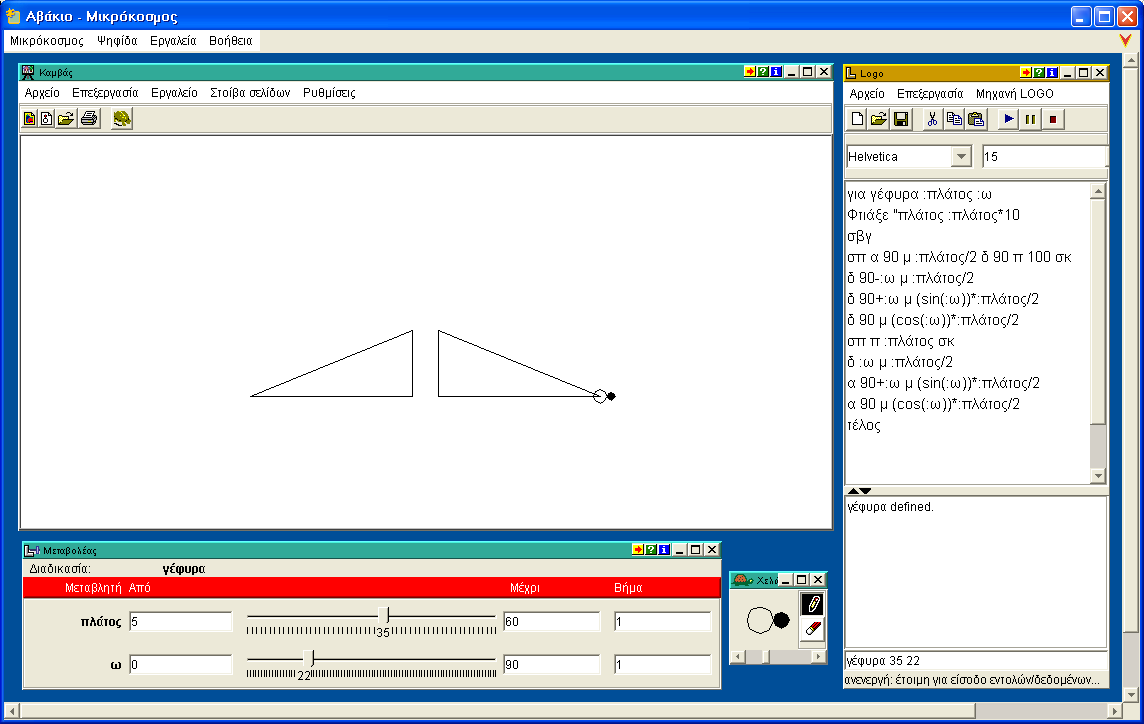
Για να έχουμε την αναγκαία μεγέθυνση της εικόνας στον Καμβά, αμέσως μετά την πρώτη εντολή που ορίζει τη διαδικασία αντιγράψτε την παρακάτω εντολή:

|  |  |
| --- | --- |
| Φτιάξε "πλάτος :πλάτος\*10 | Στη θέση *πλάτος* πληκτρολογήστε  τη δική σας μεταβλητή γι’ αυτό. |

Να μεταφέρετε τον κώδικα που χρησιμοποιήσατε, εδώ:

1. Χρησιμοποιώντας το μεταβολέα δημιουργήστε διαδοχικά τα παρακάτω τρία στιγμιότυπα και αντιγράψτε τις αντίστοιχες εικόνες του Χελωνόκοσμου για το καθένα:
   * Γέφυρα πλάτους 35 μέτρων σε γωνία 22ο
   * Γέφυρα πλάτους 18 μέτρων σε γωνία 65ο
   * Γέφυρα πλάτους 27 μέτρων σε γωνία 44ο

Αναμενόμενο αποτέλεσμα (το πρώτο από τα τρία στιγμιότυπα):



1. Συμπληρώστε τώρα τον κώδικα, ώστε το μοντέλο σας, όχι μόνο να προσαρμόζεται σε διάφορα πλάτη ποταμών, αλλά και σε διαφορετικά ύψη (απόσταση της γέφυρας από τη στάθμη του νερού, όταν είναι κλειστή). χρησιμοποιήστε μια ακόμα μεταβλητή: το ***ύψος***.

Ο νέος κώδικας:

για γέφυρα :πλάτος :ύψος :ω

Φτιάξε "πλάτος :πλάτος\*10

Φτιάξε "ύψος : ύψος\*10

σβγ

σπ α 90 μ :πλάτος/2 δ 90 π 100 σκ

; σχεδίαση κοίτης - όχθης

α 90 μ :πλάτος/4 α 90 μ : ύψος

α 90 μ :πλάτος\*3/2 α 90 μ : ύψος

α 90 μ :πλάτος/4 α 90 μ : ύψος

δ 90 μ :πλάτος δ 90 μ : ύψος

; σχεδίαση τριγώνων

δ 90-:ω μ :πλάτος/2

δ 90+:ω μ (sin :ω)\*:πλάτος/2

δ 90 μ (cos :ω)\*:πλάτος/2

σπ π :πλάτος δ 90 σκ

α 90-:ω μ :πλάτος/2

α 90+:ω μ (sin :ω)\*:πλάτος/2

α 90 μ (cos :ω)\*:πλάτος/2

τέλος

Θυμηθείτε, όπως κάνατε για το πλάτος, αμέσως μετά την πρώτη εντολή που ορίζει τη διαδικασία, πρέπει να αντιγράψτε την παρακάτω εντολή:

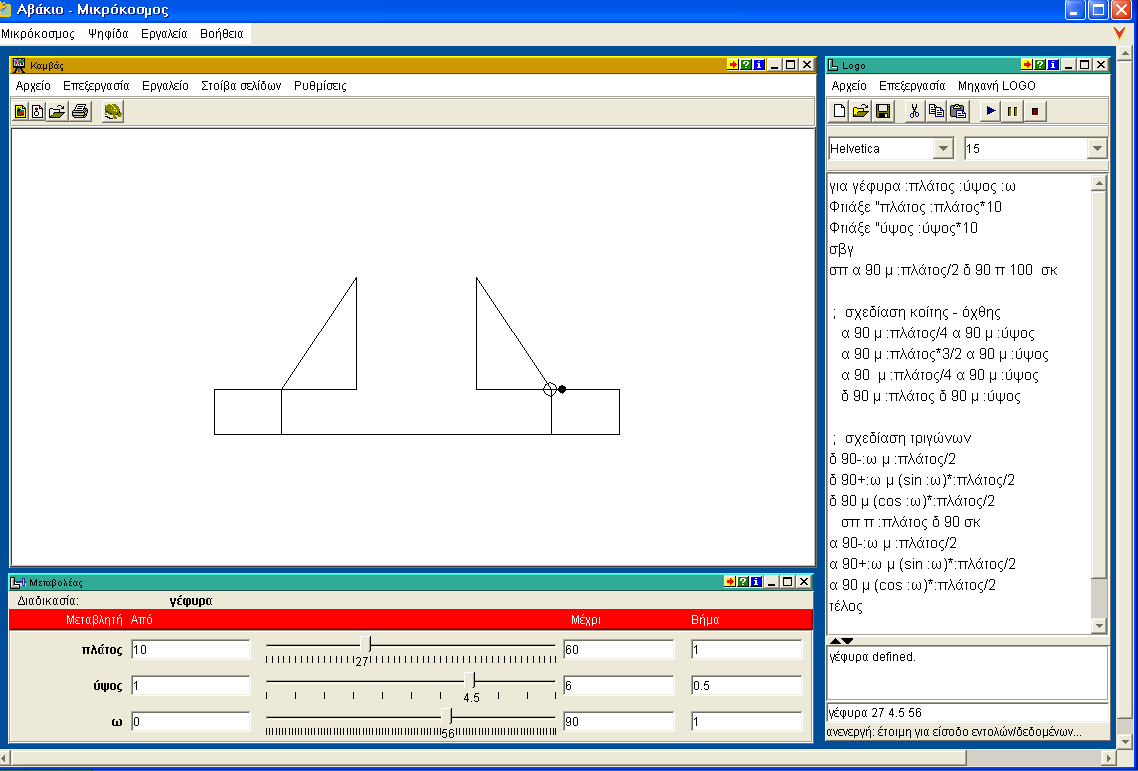
Στη θέση *ύψος* πληκτρολογήστε

τη δική σας μεταβλητή.

|  |  |
| --- | --- |
| Φτιάξε "ύψος : ύψος\*10 |  |

1. Δημιουργείστε την εικόνα μιας γέφυρας που θα απέχει από τη στάθμη του νερού 4,5 μέτρα (ύψος), θα έχει συνολικό πλάτος 27 μέτρα και θα έχει ανοίξει στις 56ο.

Αντιγράψτε την εικόνα της οθόνης, εδώ:



***Βήμα 2***

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές μεταφέρουν από το Χελωνόκοσμο στο Function Probe τιμές για τα μεταβαλλόμενα στοιχεία συγκεκριμένων γεφυρών, καθώς αυτό είναι και το παραδοτέο στο ρόλο τους των μελετητών της τεχνικής κατασκευαστικής εταιρείας. Οργανώνουν και παρουσιάζουν το υλικό σε μορφή πίνακα, αλλά και με γραφικές παραστάσεις.

Για να πάρουν τις τιμές σε μέτρα με ακρίβεια δυο δεκαδικών ψηφίων, θα πρέπει οι μαθητές να προσθέσουν στον κώδικά τους τις κατάλληλες εντολές print που δίνονται στο Φύλλο Εργασίας.

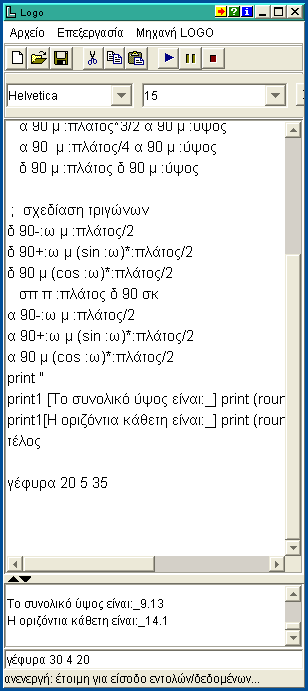
Με τα ερωτήματα 12 έως και 15 οι μαθητές οδηγούνται στην μελέτη των τριγωνομετρικών αριθμών ημίτονο και του συνημίτονο στο διάστημα [0ο, 360ο].

#### *Φύλλο εργασίας 2.5 (ηλεκτρονική μορφή)*

1. Στον κώδικα του μοντέλου της γέφυρας με τις τρεις μεταβλητές, συμπληρώστε, ακριβώς πριν την εντολή *τέλος*, τις εντολές που βλέπετε παρακάτω. Οι εντολές αυτές μας δίνουν τις μετρήσεις (σε μέτρα) των κάθετων πλευρών των ορθογωνίων τριγώνων του μοντέλου:

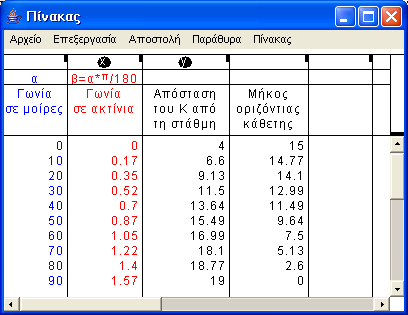
|  |
| --- |
| Στη θέση του :*πλάτος* πληκτρολογήστε  τη δική σας μεταβλητή για το πλάτος.  Στη θέση του :*ύψος* πληκτρολογήστε  τη δική σας μεταβλητή για το ύψος.  Στη θέση του :*ω* πληκτρολογήστε  τη δική σας μεταβλητή για τη γωνία. |
| print "  print1 [Το συνολικό ύψος είναι:\_] print (round((sin :ω)\*:πλάτος/2+:ύψος)\*10)/100  print1 [Η οριζόντια κάθετη είναι:\_] print (round((cos :ω)\*:πλάτος/2)\*10)/100 |

1. Με το Μεταβολέα δημιουργήστε μια γέφυρα που θα έχει συνολικό πλάτος 30 μέτρα και θα απέχει από τη στάθμη του νερού 4 μέτρα (όταν είναι κλειστή).



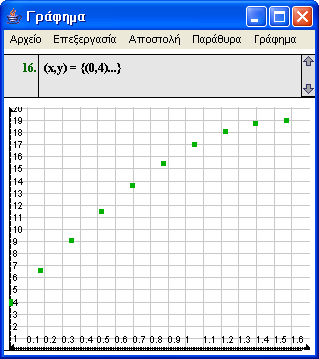
1. Ανοίξτε το Function Probe. Στο παράθυρο «Πίνακας» συμπληρώστε την πρώτη στήλη με τιμές για τη γωνία ανάκλισης της γέφυρας σε μοίρες, από 0ο έως 90ο με βήμα 10ο. Στη δεύτερη στήλη μετατρέψτε τις μοίρες σε ακτίνια.
2. Ας ονομάσουμε Κ και Λ τα κινητά άκρα των βραχιόνων της γέφυρας. Προσθέστε στον πίνακα δυο ακόμα στήλες με τις αντίστοιχες τιμές για την απόσταση του Κ από τη στάθμη του νερού και την οριζόντια κάθετη πλευρά των τριγώνων. Χρησιμοποιήστε τις ενδείξεις που εμφανίζονται στο κάτω μέρος της ψηφίδας Logo.

Αναμενόμενο αποτέλεσμα:



1. Στείλτε τα σημεία (γωνία σε ακτίνια, απόσταση του Κ από τη στάθμη του νερού) στο γράφημα.

Αναμενόμενο αποτέλεσμα:

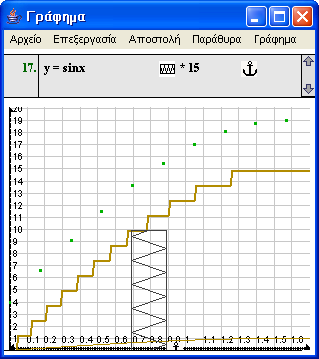
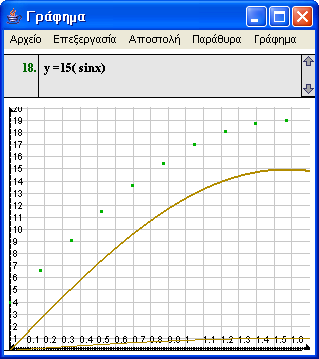


1. Ποια σχέση υπάρχει μεταξύ της γραφικής παράστασης της συνάρτησης *y*=sin*x* και της γραμμής που ενώνει τα σημεία (γωνία σε ακτίνια, ύψος) που στείλατε στο γράφημα;

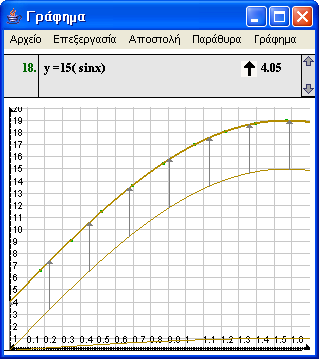
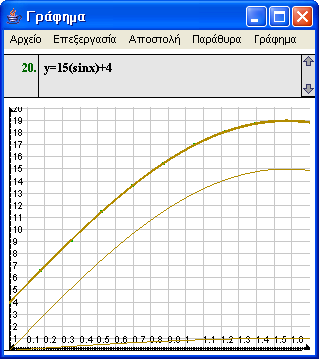
Απαντήστε, εδώ:

Αναμενόμενες κινήσεις:

Οι μαθητές πληκτρολογούν στο Γράφημα τη συνάρτηση *y*=sin*x* και με δυο διαδοχικούς μετασχηματισμούς (αυξομείωση και μεταφορά) οδηγούνται στον τύπο *y*=15·sin*x*+4 (*Εικόνες 12, 13, 14, 15*).

*Εικόνα 12 Εικόνα 13*

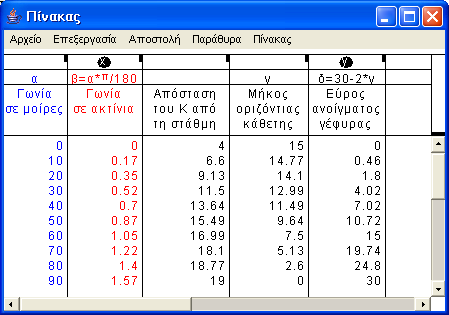
*Εικόνα 14 Εικόνα 15*

1. Βρείτε τη σχέση που δίνει το εύρος του ανοίγματος τη γέφυρας και δημιουργείστε στον πίνακα του FP μια νέα στήλη που θα περιέχει τις τιμές αυτές.

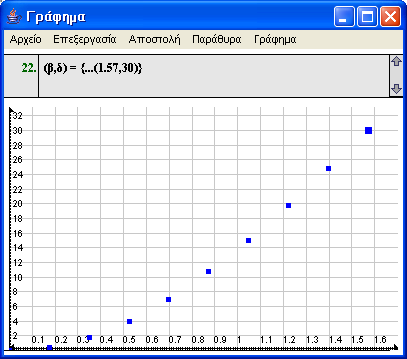
Πληκτρολογήστε τον τύπο, εδώ:

Αναμενόμενο αποτέλεσμα:

|  |
| --- |
| Εύρος = 30-2∙(Μήκος οριζόντιας κάθετης) |



1. Στείλτε τα σημεία (γωνία σε ακτίνια, εύρος ανοίγματος) στο γράφημα.

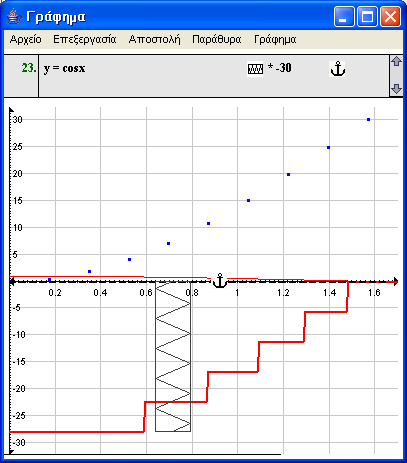
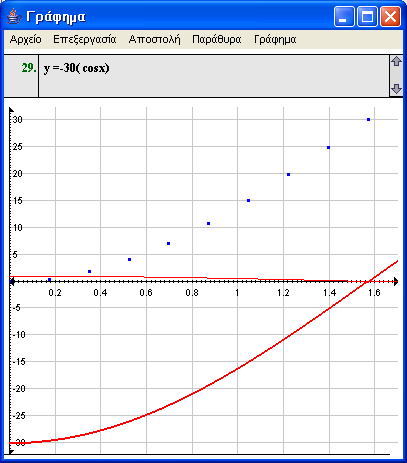


1. Ποια σχέση υπάρχει μεταξύ της γραφικής παράστασης της συνάρτησης *y*=cos*x* και της γραμμής που ενώνει τα σημεία (γωνία σε ακτίνια, εύρος ανοίγματος) που στείλατε στο γράφημα;

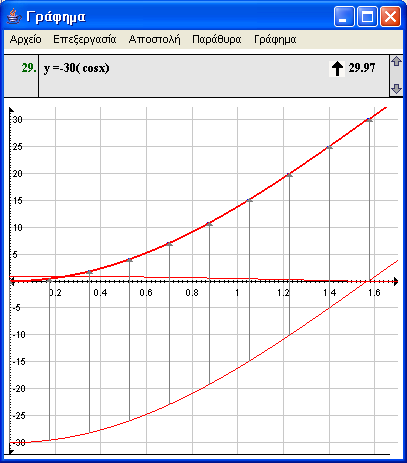
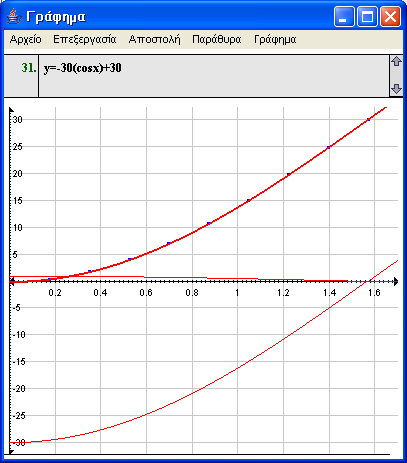
Απαντήστε, εδώ:

Αναμενόμενες κινήσεις:

Οι μαθητές πληκτρολογούν στο Γράφημα τη συνάρτηση *y*=cos*x* και με δυο διαδοχικούς μετασχηματισμούς (αυξομείωση και μεταφορά) οδηγούνται στον τύπο *y*=-30·cos*x*+30 (*Εικόνες 16, 17*, *18*, *19*).

*Εικόνα 16 Εικόνα 17*

*Εικόνα 18 Εικόνα 19*

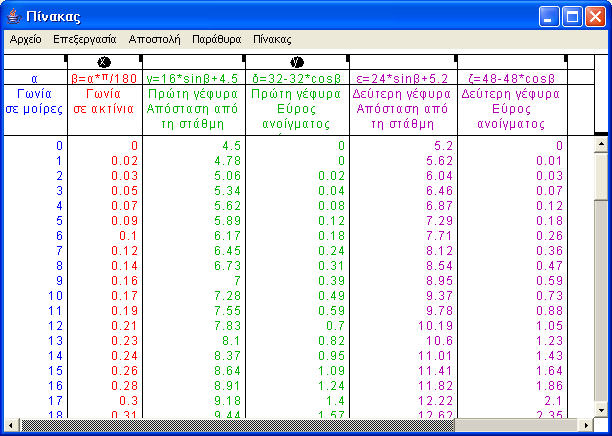
1. Η εταιρία ενδιαφέρεται για την κατασκευή δύο γεφυρών με τα εξής μεγέθη:

* Η μια γέφυρα να έχει πλάτος 32 μέτρα και ύψος 4,5 μέτρα και
* η άλλη 48 και 5,2 μέτρα αντίστοιχα.

Φτιάξτε ένα πίνακα για κάθε γέφυρα που να δίνει τα μεταβαλλόμενα στοιχεία για όλες τις ακέραιες τιμές ανοίγματος της γέφυρας (0ο, 1ο, 2ο, …, 90ο).

Μεταφέρετε τον πίνακα, εδώ:

Αναμενόμενο αποτέλεσμα:

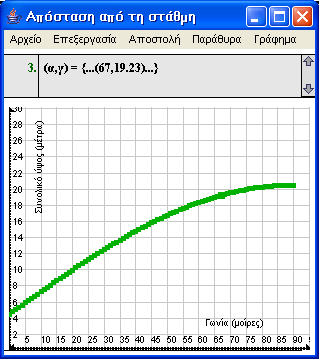
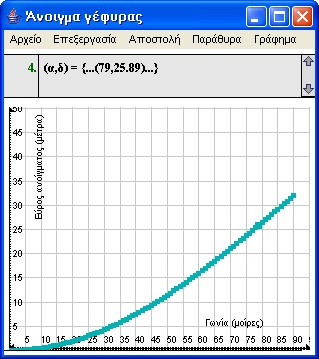


1. Για κάθε μια από τις γέφυρες του προηγούμενου ερωτήματος, να κατασκευάσετε δυο διαγράμματα:

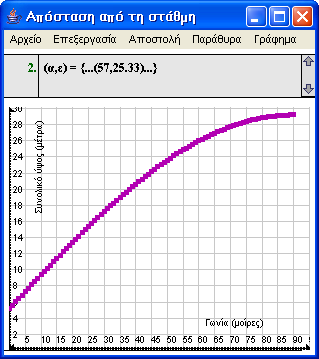
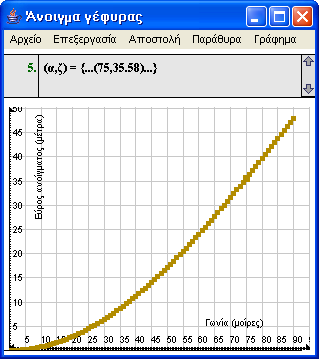
* Γωνία ανοίγματος – Εύρος ανοίγματος
* Γωνία ανοίγματος – Απόσταση του Κ από τη στάθμη του νερού.

Αναμενόμενο αποτέλεσμα:

**Πρώτη γέφυρα**

**Δεύτερη γέφυρα**

1. Στο πρόβλημα της γέφυρας έχει νόημα να μιλάμε για γωνία ανοίγματος μεγαλύτερο των 90ο; Αιτιολογείστε την απάντησή σας.

Οι ερωτήσεις 12,13,14,15 έχουν ως στόχο τη μελέτη των τριγωνομετρικών αριθμών ημίτονο και συνημίτονο στο διάστημα [0ο, 360ο].

Αναμενόμενη απάντηση:

Όχι, γιατί η γέφυρα δεν μπορεί και δεν χρειάζεται να ανοίξει πάνω από 90ο.

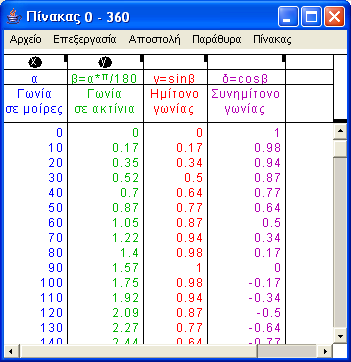
Είναι πιθανό οι μαθητές να δυσκολευτούν να βρουν ένα τέτοιο παράδειγμα. Στην περίπτωση αυτή ο διδάσκων μπορεί να αναφέρει τον τροχό ενός λούνα παρκ και να κάνει το σχέδιο στον πίνακα δείχνοντας ότι η γωνία τώρα μπορεί να φτάσει αλλά και να υπερβεί τις 360ο.

1. Μπορείτε να σκεφθείτε και να προτείνεται μία περίπτωση ανάλογη με της γέφυρας που να έχει νόημα να μιλάμε για γωνία μεγαλύτερη των 90ο ;
2. Φτιάξτε ένα νέο πίνακα στο FP και συμπληρώστε την πρώτη στήλη με τιμές ανοίγματος από 0ο έως 360ο με βήμα 10ο και μετατρέψτε στη δεύτερη στήλη τις μοίρες σε ακτίνια. Συμπληρώστε τις στήλες με το ημίτονο και το συνημίτονο της γωνίας. Παρατηρήστε τις τιμές των δύο αυτών στηλών και καταγράψτε τις παρατηρήσεις σας.

Αναμενόμενη απάντηση:

* Από 0ο έως 90ο οι τιμές του ημιτόνου αυξάνονται Από 90ο έως 270ο οι τιμές του ημιτόνου μειώνονται.
* Από 270ο έως 3600 οι τιμές του ημιτόνου αυξάνονται.
* Η μικρότερη τιμή για το ημίτονο είναι το -1 και η μεγαλύτερη το 1.

Αντίστοιχες παρατηρήσεις αναμένονται και για το συνημίτονο.



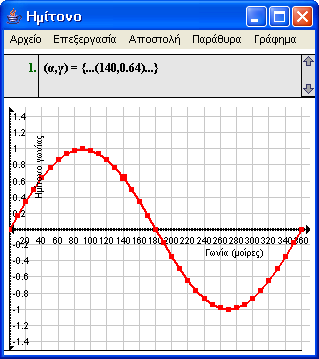
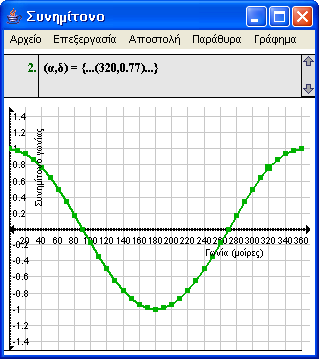
1. Στείλτε στο γράφημα τις τιμές:

* Γωνία-ημίτονο γωνίας
* Γωνία-συνημίτονο γωνίας

Ενώστε τα αντίστοιχα σημεία των γραφικών παραστάσεων, κάντε τις παρατηρήσεις σας και καταγράψτε τις εδώ.

Αναμενόμενη απάντηση:

Επιβεβαιώνουν τα συμπεράσματα που έβγαλαν από τον πίνακα τιμών της προηγούμενης ερώτησης.

**Σημαντική παρατήρηση**

Στην ερώτηση που ακολουθεί γίνεται μετάβαση από την έννοια των τριγωνομετρικών αριθμών ημίτονο και συνημίτονο γωνίας στις αντίστοιχες τριγωνομετρικές συναρτήσεις. Η διαδικασία αυτή θα πρέπει να σχολιαστεί ανάλογα από το διδάσκοντα υπενθυμίζοντας αρχικά την έννοια της συνάρτησης και κατόπιν εστιάζοντας στον ορισμό των τριγωνομετρικών συναρτήσεων *y*=sin*x* και y=cosx.

1. Στα προηγούμενα γραφήματα καταργείστε τη σύνδεση των σημείων και πληκτρολογήστε αντίστοιχα τις συναρτήσεις *y*=sin*x* και y=cosx. Συζητείστε τις παρατηρήσεις σας στην τάξη.

**1.** Στο σημείο αυτό δίνεται η ευκαιρία να συζητηθούν και άλλες ιδιότητες των συναρτήσεων αυτών, όπως ακρότατα, μονοτονία, περιοδικότητα κτλ.

**2.** Θα πρέπει να σχολιαστεί το γεγονός ότι οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων αποτελούνται από το σύνολο όλων των σημείων και όχι από ορισμένα διακριτά σημεία.

Αναμενόμενη απάντηση:

Οι καμπύλες των συναρτήσεων αυτών ‘πέφτουν’ επάνω στις προηγούμενες αντίστοιχές τους.