

16. Μελέτη των συναρτήσεων $y=\eta\mu x$, $y=\sigma\upsilon\nu x$ και των μετασχηματισμών τους

Σύντομη περιγραφή της δραστηριότητας

Στη δραστηριότητα αυτή καλούνται οι μαθητές να μελετήσουν τις συναρτήσεις ημίτονο ($y=\eta\mu x$) και συνημίτονο ($y=\sigma\upsilon\nu x$) μέσα από τις γραφικές τους παραστάσεις, καθώς και τις επιπτώσεις των μετασχηματισμών (μετατοπίσεις, αυξομειώσεις, συμμετρία) στους τύπους και στις γραφικές τους παραστάσεις.

Ένταξη στο Αναλυτικό Πρόγραμμα

Η δραστηριότητα αυτή μπορεί να ενταχθεί στην αντίστοιχη ενότητα της Α' Λυκείου, όπου οι μαθητές διδάσκονται τις συναρτήσεις ημίτονο και συνημίτονο.

Εκτιμώμενος χρόνος διδασκαλίας: 3 διδακτικές ώρες

Διδακτικοί στόχοι

Οι μαθητές:

- > Να μελετήσουν τα ακρότατα των συναρτήσεων $y=\eta\mu x$ και $y=\sigma\upsilon\nu x$, τις ρίζες τους και την περίοδό τους μέσα από τις γραφικές τους παραστάσεις, καθώς και τα αντίστοιχα στοιχεία των συναρτήσεων που προέρχονται από τους μετασχηματισμούς των συναρτήσεων αυτών.
- > Να διαπιστώσουν τις επιπτώσεις των μετασχηματισμών (μετατοπίσεις, αυξομειώσεις, συμμετρία) στους τύπους και στις γραφικές τους παραστάσεις.
- > Να μπορούν να προβλέπουν την αλλαγή των τύπων των προαναφερθεισών συναρτήσεων μετά από κάποιο συγκεκριμένο μετασχηματισμό των γραφικών τους παραστάσεων.
- > Να μπορούν να προβλέπουν τη θέση των γραφημάτων μετά από κάποια αλλαγή στους τύπους των συναρτήσεων $y=\eta\mu x$ και $y=\sigma\upsilon\nu x$.

Παρατηρήσεις

1. Η δραστηριότητα αυτή μπορεί να χωριστεί σε δύο ανεξάρτητες δραστηριότητες. Η μία για τη μελέτη του ημιτόνου και η άλλη για τη μελέτη του συνημιτόνου. Άλλωστε και το φύλλο εργασίας του μαθητή είναι δομημένο κατά τέτοιο τρόπο ώστε να διευκολύνει το διαχωρισμό αυτό.
2. Προτείνεται η ερώτηση 7 να αποτελέσει αντικείμενο διεξοδικής συζήτησης σε όλη την τάξη, έτσι ώστε να διατυπωθούν οι αντίστοιχοι κανόνες για το ρόλο των Α, Β, Γ, και Δ.
2. Προτείνεται κάθε ομάδα στο τέλος της δραστηριότητας να γράψει τα συμπεράσματά της στο τετράδιο, ξεχωριστά για το ημίτονο και το συνημίτονο. Τα συμπεράσματα να παρουσιαστούν προς συζήτηση μέσα στην τάξη.

Φύλλο εργασίας για το μαθητή

Α' Μέρος

1. Να κατασκευάσεις στο Function Probe τη γραφική παράσταση της $y = \eta\mu x$. Στον οριζόντιο άξονα να ορίσεις κλίμακα από το -4π ως το 4π (-4 ως 4) με βήμα 0.5π (0.5) και στον κατακόρυφο άξονα από το -5π ως το 5π (-5 ως 5) με βήμα 1π (1).

Να μελετήσεις τη γραφική παράσταση και να απαντήσεις στις ακόλουθες ερωτήσεις:

- α) Ποια είναι η μέγιστη τιμή της συνάρτησης;
 - β) Ποια είναι η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης;
 - γ) Ποιες είναι οι ρίζες;
 - δ) Ποια είναι η περίοδος;
2. Να χρησιμοποιήσεις τα εργαλεία μετασχηματισμών από την 'Εργαλειοθήκη', για να εκτελέσεις την ακόλουθη διερεύνηση:
 - α) Ποια είναι η μέγιστη τιμή της συνάρτησης;
 - β) Ποια είναι η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης;
 - γ) Ποιες είναι οι ρίζες;
 - δ) Ποια είναι η περίοδος;
 - ε) Ποιος είναι ο τύπος της συνάρτησης;

σε κάθε μια από τις παρακάτω περιπτώσεις:

- > Έχοντας επιλεγμένη τη γραφική παράσταση της $y = \eta\mu x$, να χρησιμοποιήσεις το εργαλείο μετατόπισης, για να μεταφέρεις το διάγραμμα κατά τρεις μονάδες, κατακόρυφα.
 - > Κάνε κλικ στη γραφική παράσταση της $y = \eta\mu x$, για να την επιλέξεις ξανά. Να χρησιμοποιήσεις το εργαλείο αυξομείωσης, για να 'ανοίξεις' το διάγραμμα κατακόρυφα κατά τρεις μονάδες.
 - > Να καθαρίσεις το παράθυρο 'Γράφημα' από όλες τις γραφικές παραστάσεις (μενού 'Επεξεργασία') και να αφήσεις μόνο το διάγραμμα της $y = \eta\mu x$. Κάνε κλικ πάνω σε αυτό, για να το επιλέξεις. Χρησιμοποίησε το εργαλείο συμμετρίας, για να δημιουργήσεις το συμμετρικό του ως προς τον άξονα των $x\acute{x}$.
3. Να χρησιμοποιήσεις τα εργαλεία μετασχηματισμών από την 'Εργαλειοθήκη', για να εκτελέσεις την ακόλουθη διερεύνηση:
 - α) Ποια είναι η μέγιστη τιμή της συνάρτησης;
 - β) Ποια είναι η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης;
 - γ) Ποιες είναι οι ρίζες;
 - δ) Ποια είναι η περίοδος;
 - ε) Ποιος είναι ο τύπος της συνάρτησης;

σε κάθε μια από τις παρακάτω περιπτώσεις:

 - > Έχοντας επιλεγμένη την γραφική παράσταση της $y = \eta\mu x$ να χρησιμοποιήσεις το εργαλείο μετατόπισης, για να μεταφέρεις το διάγραμμα κατά τρεις μονάδες οριζόντια.
 - > Κάνε κλικ στη γραφική παράσταση της $y = \eta\mu x$, για να την επιλέξεις ξανά. Να χρησιμοποιήσεις το εργαλείο αυξομείωσης, για να ανοίξεις το διάγραμμα οριζόντια κατά τρεις μονάδες.
 - > Να καθαρίσεις το παράθυρο 'Γράφημα' από όλες τις γραφικές παραστάσεις (μενού

‘Επεξεργασία’) και να αφήσεις μόνο το διάγραμμα της $y=\eta\mu x$. Κάνε κλικ πάνω σε αυτό, για να το επιλέξεις. Χρησιμοποίησε το εργαλείο συμμετρίας, για να δημιουργήσεις το συμμετρικό του ως προς τον άξονα των yy' .

4. Να καθαρίσεις το παράθυρο ‘Γράφημα’ και να κατασκευάσεις τη γραφική παράσταση του $y=\sigma\upsilon\nu x$ και να επαναλάβεις τα βήματα 1, 2 και 3 για τη συνάρτηση αυτή.
5. Να περιγράψεις τι συμβαίνει στη γραφική παράσταση και στον τύπο των συναρτήσεων $y=\eta\mu x$ και $y=\sigma\upsilon\nu x$ όταν:
 - α) το διάγραμμα μεταφέρεται οριζόντια
 - β) το διάγραμμα μεταφέρεται κατακόρυφα
 - γ) το διάγραμμα ανοίγει κατακόρυφα
 - δ) το διάγραμμα ανοίγει οριζόντια
 - ε) πάρουμε το συμμετρικό του διαγράμματος ως προς τον άξονα των x
 - στ) πάρουμε το συμμετρικό του διαγράμματος ως προς τον άξονα των y
6. Για κάθε σύνολο τύπων, αρχικά να προβλέψεις ποια από τα διαγράμματα θα μοιάζουν και στη συνέχεια κατασκεύασέ τα στο ίδιο σύστημα αξόνων.
 - α) $y=\eta\mu(x)$, $y=4\eta\mu(x)$, $y=\eta\mu(4x)$
 - β) $y=\sigma\upsilon\nu(x)$, $y=\eta\mu(x)+6,28$, $y=\sigma\upsilon\nu(x+2\pi)$
 - γ) $y=\eta\mu(x)$, $y=0,5\eta\mu(x-2\pi)$
 - δ) $y=\sigma\upsilon\nu(x)$, $y=-2\sigma\upsilon\nu(0,5x)$
7. Γενικά, σε σύγκριση με την $y=\eta\mu x$, ποια είναι η επίδραση των A , B , Γ , Δ στη γραφική παράσταση της $y=A*\eta\mu(Bx+\Gamma)+\Delta$;

Β' Μέρος

1. Για κάθε ένα από τα έξι διαγράμματα στις επόμενες σελίδες, να βρεις τον τύπο της συνάρτησης ταιριάζοντας ένα διάγραμμα στην οθόνη με αυτό που υπάρχει στο χαρτί. (Να ξεκινήσεις κάνοντας το παράθυρο ‘Γράφημα’ στην οθόνη το ίδιο μέγεθος με αυτό που έχουν τα διαγράμματα στο βιβλίο σου και ρύθμισε την κλίμακα ανάλογα. Να δώσεις ιδιαίτερη προσοχή στη διαδικασία (οριζόντια ή κατακόρυφη αυξομειώση, μετατόπιση κτλ.) που χρησιμοποιείς κάθε φορά, για να επιτύχεις το επιθυμητό αποτέλεσμα.

Ενδεικτικές απαντήσεις:

Διάγραμμα 1 Απάντηση: $y=\sin(6,25x)$

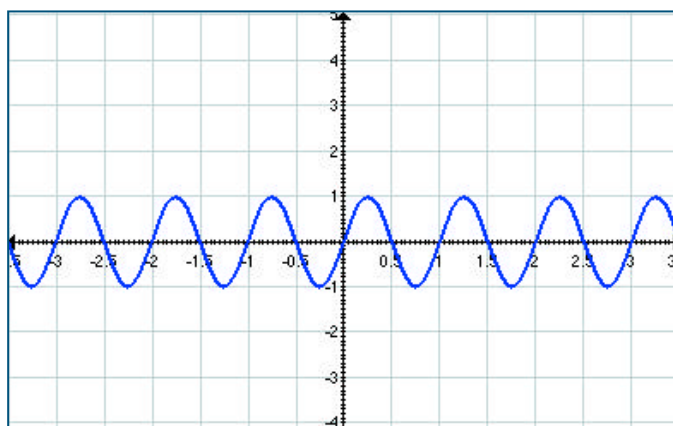
Διάγραμμα 2 Απάντηση: $y=4\sin(3,23x)$

Διάγραμμα 3 Απάντηση: $y=\sin(1,61x)$

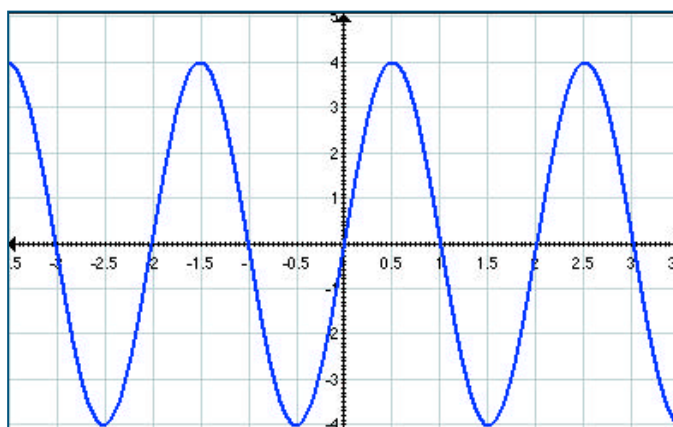
Διάγραμμα 4 Απάντηση: $y=2\cos(3,13x)$

Διάγραμμα 5 Απάντηση: $y=3\cos(x-1)-3$

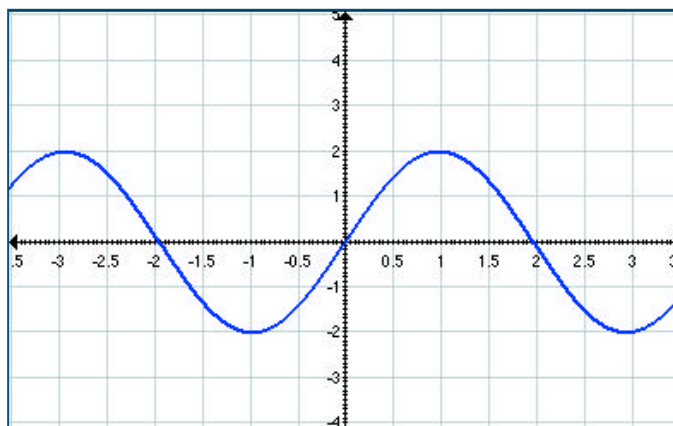
Διάγραμμα 6 Απάντηση: $y=2\cos x+3$



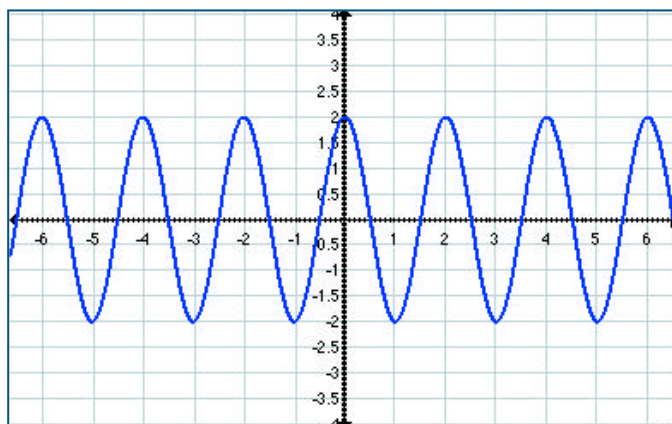
διάγραμμα 1



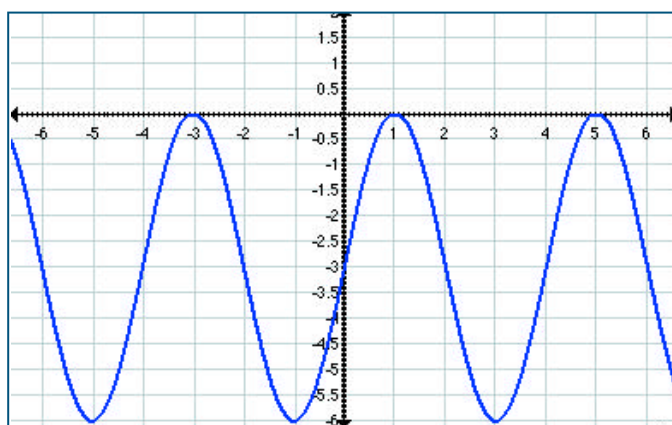
διάγραμμα 2



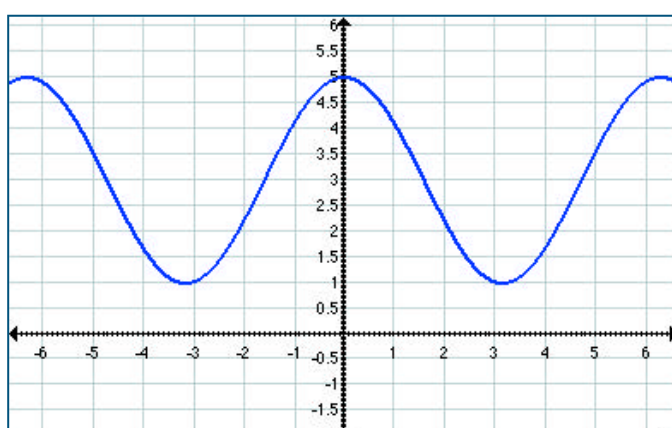
διάγραμμα 3



διάγραμμα 4



διάγραμμα 5



διάγραμμα 6

ΠΡΟΑΙΡΕΤΙΚΑ: Αν τελειώσεις και έχεις όρεξη για λίγη ακόμα δουλειά, τότε δοκίμασε να ξανακάνεις τις προηγούμενες γραφικές παραστάσεις, αντικαθιστώντας όμως αυτή τη φορά τα συνημίτονα με τα ημίτονα και αντίστροφα.