

1.3.3 ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ της εικονικής ζυγαριάς

Μάθημα του προγράμματος	Μαθήματα Πληροφορικής και Τεχνολογίας
Διδακτικές ώρες	2 ώρες
Διδακτικό αντικείμενο	Εξοικείωση με το δυαδικό σύστημα
Χρονισμός με το αναλυτικό πρόγραμμα	Α' τρίμηνο (στην Α' και Β' Λυκείου)
Διδακτική μέθοδος	Επίδειξη, προσωπική εργασία μαθητών με την καθοδήγηση του διδάσκοντος, ομαδική εργασία, ομαδική αναζήτηση λύσεων σε προβλήματα.
Διδακτικός στόχος	Η μεγάλη εξοικείωση των μαθητών με το δεκαδικό σύστημα, αποτελεί στην πραγματικότητα ένα εμπόδιο για μια γενίκευση των ιδιοτήτων των συστημάτων αρίθμησης. Στόχος της ζυγαριάς είναι η εξοικείωση των μαθητών με το δυαδικό σύστημα μέσω ενός εναλλακτικού πλαισίου εκφοράς του δυαδικού συστήματος καθώς και η διερεύνηση μερικών βασικών ιδιοτήτων των αριθμητικών συστημάτων.

1. Το περιβάλλον στο οποίο βρίσκεσαι τώρα έχει διάφορα στοιχεία. Προσπάθησε να τα εξερευνήσεις. Μετακίνησε ένα βάρος από την αριστερή στήλη πάνω στον αριστερό δίσκο της ζυγαριάς. Παρατηρείς καμιά αλλαγή; Η ζυγαριά κουνήθηκε; Στην ψηφιακή οθόνη κάτω από το δίσκο άλλαξαν οι αριθμοί; Τι δείχνουν; Μπορείς να τοποθετήσεις ένα βάρος από την αριστερή στήλη στο δεξιό δίσκο; Πάτησε το πλήκτρο «ξεκλείδωμα» της ζυγαριάς. Παρατηρείς καμιά αλλαγή; Μετάφερε μερικά βάρη από τη δεξιά στήλη πάνω στο δεξιό δίσκο της ζυγαριάς. Παρατηρείς καμιά αλλαγή; Η ζυγαριά κουνήθηκε; Στην ψηφιακή οθόνη κάτω από το δίσκο άλλαξαν οι αριθμοί; Τι δείχνουν; Μπορείς να τοποθετήσεις ένα βάρος από τη δεξιά στήλη στον αριστερό δίσκο;

Βασικός σκοπός είναι η εξοικείωση των μαθητών με το νέο περιβάλλον.

2. Στείλε ένα μήνυμα στον καθηγητή περιγράφοντας σύντομα το ρόλο των ενδείξεων στην ψηφιακή οθόνη ή συζήτησέ το προφορικά.
3. Παρατήρησε ότι οι μπορείς να μετακινήσεις ένα βάρος με διπλό κλικ πάνω του. Παρατήρησε ότι μπορείς να μεταβάλλεις τα βάρη πάνω σε ένα δίσκο πληκτρολογώντας αριθμούς ή κάνοντας κλικ πάνω στις ψηφιακές οθόνες. Έχεις διαπιστώσει τι σημαίνει «κλείδωμα» και «ξεκλείδωμα» της ζυγαριάς;
4. Άδειασε και τους δυο δίσκους της ζυγαριάς. Τοποθέτησε στον αριστερό δίσκο 201 μονάδες βάρους.
Κλείδωσε τη ζυγαριά.
Τοποθέτησε στο δεξιό δίσκο τα βάρη 128, 64, 8, 1 μονάδων βάρους.
Ξεκλείδωσε τη ζυγαριά. Τι παρατηρείς; Μπορείς να το εξηγήσεις;
5. Άδειασε τη ζυγαριά.
Ξεκλείδωσε τη ζυγαριά.
Τοποθέτησε ορισμένα 167 μονάδες βάρους στον αριστερό δίσκο. Τοποθέτησε μερικές μονάδες βάρους στο δεξιό δίσκο, αλλά έτσι ώστε η ζυγαριά να γέρνει αριστερά.

Κλείδωσε τη ζυγαριά.

Τοποθέτησε στο δεξιό δίσκο μονάδες βάρους έτσι ώστε η ζυγαριά να ισορροπήσει όταν την ξεκλειδώσεις.

Ξεκλείδωσε τη ζυγαριά. Κάνε την ίδια άσκηση αλλά τοποθετώντας μεγαλύτερο βάρος στο δεξιό δίσκο.

6. Άδειασε τη ζυγαριά.

Κλείδωσε τη ζυγαριά.

Τοποθέτησε ένα τυχαίο βάρος στον αριστερό δίσκο.

Τοποθέτησε στο δεξιό δίσκο μονάδες βάρους έτσι ώστε η ζυγαριά να ισορροπήσει όταν την ξεκλειδώσεις.

Ξεκλείδωσε τη ζυγαριά.

Κάνε την ίδια άσκηση αλλά τοποθετώντας μεγαλύτερο βάρος στο δεξιό δίσκο.

7. Άδειασε τη ζυγαριά.

Κλείδωσε τη ζυγαριά.

Τοποθέτησε ένα τυχαίο βάρος στον αριστερό δίσκο.

Τοποθέτησε στο δεξιό δίσκο μονάδες βάρους έτσι ώστε η ζυγαριά να ισορροπήσει όταν την ξεκλειδώσεις.

Ξεκλείδωσε τη ζυγαριά.

Μπορείς να αλλάξεις τις μονάδες βάρους στο δεξιό δίσκο, αλλά και πάλι να ισορροπήσει η ζυγαριά;

Μπορείς να αλλάξεις τις μονάδες βάρους στον αριστερό δίσκο, αλλά και πάλι να ισορροπήσει η ζυγαριά;

Συζήτησε το θέμα με τους συμμαθητές σου.

8. Υπάρχει ένα σύνολο μονάδων βάρους στην αριστερή στήλη ή στη δεξιά που να μην είναι δυνατόν να ισορροπηθεί; Με άλλα λόγια όποιο βάρος κι αν τοποθετηθεί σε έναν από τους δυο δίσκους, μπορείς πάντοτε να το αντισταθμίσεις;

Το ζητούμενο είναι βέβαια η διαπίστωση της ισοδυναμίας των δυο συστημάτων.

9. Με ποιο τρόπο μπορείς να δεκαπλασιάσεις ένα βάρος στον αριστερό δίσκο; Για παράδειγμα αν στον αριστερό δίσκο έχεις 19 μονάδες βάρους, πώς μπορείς να τις κάνεις 190 με τις λιγότερες δυνατές κινήσεις;

10. Με ποιο τρόπο μπορείς να διπλασιάσεις ένα βάρος στον δεξιό δίσκο; Για παράδειγμα αν στον δεξιό δίσκο έχεις 38 μονάδες βάρους, πώς μπορείς να τις κάνεις 76 με τις λιγότερες δυνατές κινήσεις;

Ο διδάσκων μπορεί να επισημάνει την αντιστοιχία των πολλαπλασιασμών με «τη βάση», δηλαδή του πολλαπλασιασμού επί 10 στο δεκαδικό σύστημα, του πολλαπλασιασμού επί 2 στο δυαδικό κ.ο.κ.

11. Άδειασε τη ζυγαριά.

Κλείδωσε τη ζυγαριά.

Τοποθέτησε μερικές μονάδες βάρους στον αριστερό δίσκο

Μπορείς να ισορροπήσεις τη ζυγαριά τοποθετώντας μονάδες βάρους στο δεξιό δίσκο κοιτώντας τις ψηφιακές οθόνες μόνον, χωρίς δηλαδή να κοιτάς και τα ίδια τα βάρη;

12. Άδειασε τη ζυγαριά.

Κλείδωσε τη ζυγαριά.

Τοποθέτησε μερικές μονάδες βάρους στο δεξιό δίσκο

Μπορείς να ισορροπήσεις τη ζυγαριά τοποθετώντας μονάδες βάρους στον αριστερό δίσκο κοιτώντας τις ψηφιακές οθόνες μόνον, χωρίς δηλαδή να κοιτάς και τα ίδια τα βάρη;

Συμπερασματικά

Τα δυο σύνολα «μονάδων βάρους» αντιστοιχούν σε αυτό που ονομάζουμε συστήματα αρίθμησης και μάλιστα το αριστερό σύνολο αντιστοιχεί στο *δεκαδικό σύστημα αρίθμησης*, αυτό δηλαδή που συνήθως χρησιμοποιούμε, ενώ το δεξιό σύνολο αντιστοιχεί στο *δυναδικό σύστημα αρίθμησης*, αυτό δηλαδή που χρησιμοποιείται στους Η.Υ.

Από τις δραστηριότητες που πραγματοποιήσες ως τώρα, θα πρέπει να μπορείς να απαντήσεις στις παρακάτω ερωτήσεις. Συζήτησε τις με τον καθηγητή σου και με όλους τους συμμαθητές σου.

- Ένα ορισμένο ακέραιο βάρος μπορεί πάντοτε να εκφραστεί με βάρη από το αριστερό σύνολο; Δηλαδή ένας ακέραιος αριθμός μπορεί πάντοτε να εκφραστεί στο δεκαδικό σύστημα; Ο τρόπος αυτός έκφρασης είναι μοναδικός ή υπάρχει κι άλλος τρόπος;
- Ένα βάρος που το εκφράζουμε με βάρη από το αριστερό σύνολο, ισορροπείται πάντοτε με βάρη από το δεξιό σύνολο; Δηλαδή για κάθε ακέραιο εκφρασμένο στο δεκαδικό σύστημα, υπάρχει πάντοτε μια ισοδύναμη δυναδική αναπαράσταση; Αυτή είναι μοναδική;
- Ένα βάρος που το εκφράζουμε με βάρη από το δεξιό σύνολο, ισορροπείται πάντοτε με βάρη από το δεξιό σύνολο; Δηλαδή για κάθε ακέραιο εκφρασμένο στο δυναδικό σύστημα, υπάρχει πάντοτε μια ισοδύναμη δεκαδική αναπαράσταση; Αυτή είναι μοναδική;
- Τελικά τα δυο συστήματα, το δεκαδικό και το δυναδικό, είναι ισοδύναμα, δηλαδή ένας ακέραιος αριθμός μπορεί να εκφραστεί με έναν μοναδικό τρόπο και στα δυο συστήματα;
- Θα μπορούσες να προσδιορίσεις τα βάρη που θα υπήρχαν σε ένα τριαδικό σύστημα; Σε ένα πενταδικό; Θα μπορούσαμε τελικά να επινοήσουμε οποιοδήποτε σύστημα θέλουμε, διαλέγοντας έναν ακέραιο μεγαλύτερο του 2;

Ο συνολικός στόχος των δραστηριοτήτων αυτών είναι η συνειδητοποίηση του γεγονότος της ύπαρξης μερικών αναλλοίωτων ιδιοτήτων στα συστήματα αρίθμησης, ο εντοπισμός των ιδιοτήτων αυτών και η κατανόησή τους.

Ο διδάσκων θα μπορούσε να προτείνει και μian ακόμη οπτική γωνία για τα συστήματα αρίθμησης – αυτή του οικονομικού συμβολισμού που λειτουργεί ως μια γλώσσα. Για παράδειγμα, μπορεί να απομακρύνει προσωρινά από την αίθουσα ένα μαθητή (ή το δεύτερο καθηγητή, αν υπάρχει δεύτερος καθηγητής) και να ζητήσει από τους υπόλοιπους μαθητές να βάλουν ένα βάρος (όλοι το ίδιο) στο δεξιό δίσκο – π.χ. 10111 (=23) μονάδες. Στη συνέχεια ζητάει από τους μαθητές να γράψουν στον πίνακα το πιο σύντομο μήνυμα που μπορούν, έτσι ώστε όταν επιστρέψει ο μαθητής που είχε απομακρυνθεί, να καταλάβει αμέσως ποιο βάρος τοποθέτησαν. Φυσικά το πιο σύντομο μήνυμα είναι ακριβώς η δυναδική αναπαράσταση – αν κανείς μαθητής δεν το προτείνει, μπορεί να το υποδείξει ο ίδιος ο καθηγητής.

Ύστερα καλεί και πάλι το μαθητή που είχε απομακρυνθεί και του ζητάει να δει στον πίνακα και να μαντέψει ποιο βάρος είχανε βάλει οι συμμαθητές του στο ζυγό. Ο μαθητής θα δώσει τη σωστή απάντηση.

Ο καθηγητής ωστόσο, θα επιμείνει ότι κάτι «δε πάει καλά». Θα καλέσει ένα δεύτερο μαθητή να βγει από την τάξη, κυρίως ένα μαθητή ο οποίος θα είναι σίγουρος ότι κατάλαβε καλά την τεχνική. Ζητάει ύστερα από τους μαθητές να τοποθετήσουν 111 μονάδες στον αριστερό δίσκο. Όταν ο μαθητής επιστρέψει, κατά πάσα πιθανότητα θα νομίσει ότι τοποθέτησαν 7 μονάδες στο δεξιό δίσκο. Η σύγχυση προέρχεται από το γεγονός ότι ο αριθμός 111 μπορεί να παριστάνει δυο διαφορετικούς αριθμούς, οπότε καθίσταται φανερή η σημασία του πλήρους συμβολισμού $(111)_2$ ή $(111)_{10}$.